

ANALEMA

BOLETIN DE LA ASOCIACION DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- 1 EDITORIAL Redacción
- 2 ACTIVIDADES DE LA ASOCIACION Kronikatres
- 3 PROPUESTA PARA UN HITO SOLAR J.J. Caurcel
- 4 DETERMINACION DEL SENOS DE UN ANGULO
SIN UTILIZAR TABLAS TRIGONOMETRICAS
APLICACION AL RELOJ SOLAR HORIZONTAL.... M. Losot
- 5 CALCULO Y DIBUJO DE UN RELOJ ANALE-
MATICO SOBRE UN PLANO CUALQUIERA L.Hidalgo
- 11 HORAS BABILONICAS E ITALICAS J. Velilla
- 13 NARRACIONES GNOMONICO-ARQUEO-LOGICAS Mendax
- 16 RELOJES DE SOL BIFILARES M.A. Hacar
- 20 LITERATURA Y GNOMONICA P.Dantillo
- 21 RESEÑA DE PUBLICACIONES Editor
- 22 NOTAS Y COMENTARIOS Redacción
- 23 RESUMEN DE LOS ARTICULOS PUBLICADOS Editor
- 25 ABSTRACTS Redacción

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol ha sido creada en Abril de 1988. Figura en el Registro Nacional de Asociaciones con el N° 18.865 y N P 8.747. Su Junta Directiva está formada por: PRESIDENTE Luis Hidalgo Velayos. VICEPRESIDENTE Jacinto Del Buey Pérez. TESORERO: Jaime Velilla Moros. SECRETARIO: José Ramon Marcet Roig. PUBLICACIONES: Manuel Lombardero Soto. INFORMATICA Jesus de la Calle Montes. VOCALES: -Juan José Caurcel Moran - Fernando Izquierdo Asensi. -Miguel Angel Hacer Benitez - Manuel Maria Valdés Carracedo. SOCIOS de HONOR: Rafael Portaencasa Baeza - Manuel Arroyo Varela- José Luis Basanta Campos - Rafael Soler Gayá

La Asociación constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de los estudios históricos, geográficos y matemáticos relacionados con la promoción y difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción y emplazamiento de Relojes de Sol y otros instrumentos astronómicos y topográficos antiguos.

Para el cumplimiento de estos fines se celebran reuniones periódicas y se mantienen contactos con Asociaciones o Entidades análogas. Ofrece a sus asociados los siguientes servicios

- Información Bibliográfica: Fondo informatizado con más de 2000 entradas referentes a Gnomonica y temas análogos
- Cálculo y trazado de relojes solares a petición de cualquier asociado, o entidad pública o privada
- Traducción y revisión de artículos de revistas de esta especialidad o de publicaciones de especial interés.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares o instrumentos semejantes. Comprobación y datación de cuadrantes y relojes antiguos

Estos servicios son prestados por la Asociación a título gratuito, o en casos especiales a coste estricto, a las personas o entidades presentadas por algun Socio. En todo caso los servicios de asesoramiento son totalmente gratuitos para los organismos culturales que así lo soliciten

Para obtener la condición de Asociado es necesario, de acuerdo con los Estatutos, la presentación por dos Socios de la persona interesada y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación en concepto de cuota anual es fijada libremente por el propio Asociado. No obstante para recibir el presente Boletín y las comunicaciones escritas de la Asociación deberá efectuar una aportación mínima equivalente a los gastos de edición y envío.

Los artículos y notas publicados en este Boletín Informativo pueden ser reproducidos y utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que expresamente se mencione la existencia de derechos de Autor o cualquier otro impedimento legal.

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol no se hace responsable de la interpretación ni del contenido de los escritos, gráficos, dibujos o cualquier otra información publicada en el presente Boletín. Agradece y mantendrá correspondencia sobre cualquier tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida al autor del escrito y publicada en el Boletín si su interés y generalidad lo hacen conveniente, a juicio de la Junta.

Se reserva el derecho de resumir, adaptar o editar, con el conocimiento previo del comunicante, los trabajos originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de cinco folios mecanografiados salvo que su contenido, interés y continuidad aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de folleto o separata del Boletín.

Domicilio Social actual : ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS
CIUDAD UNIVERSITARIA 28040 - MADRID

EDITORIAL

Es esta nuestra segunda singladura por el proceloso Mar del Editor y Oceano de las Publicaciones Periódicas. Nuestra tripulación está compuesta por aguerridos, aunque aún inexpertos, escritores, dibujadores, y presuntos informáticos, que luchan valerosamente con los prodigios y desgracias de la autoedición, los caprichos incomprensibles de las impresoras (máquinas y empresas), los misterios inexcrutables de la fotocomposición y el disculpable amor propio de los autores que desearían ver sus valiosos escritos impecablemente presentados.

El viento económico que debería hinchar nuestras velas (léase arcas) para una travesía venturosa no nos es enteramente favorable. Más bien es una muy ligera brisa, aunque afortunadamente parece ir aumentando su intensidad

Mas nuestra Nave-Boletín prosigue, como Ulises, su travesía de circunnavegación del Ecumene llevando consigo a los nuevos Misioneros del Gnomonicismo, que extienden su incomprensida fé entre los infieles y heréticos devoradores del tiempo, adictos al reloj digital y al nanosegundo

Hemos tenido la satisfacción de comprobar que el número anterior de esta publicación ha sido generalmente bien recibido, e incluso alabado (con cierta medida), no obstante sus numerosos errores, erratas y omisiones. Esto nos anima para intentar subsanar algunos de los defectos anteriores en la edición del presente número de "Analema"

Pero aún no se ha conseguido establecer la necesaria colaboración que —repetiremos con pesadez en cada Boletín— es imprescindible para mantener viva una publicación de este carácter. Esperamos por consiguiente recibir de nuestros amables lectores y asociados :

a) Comentarios, aunque sean iracundos. b) Petición de aclaraciones
c) Artículos, informaciones, dibujos, fotografías. d) Discusiones retóricas o por lo menos en términos ponderados. e) Libros y revistas, que serán debidamente reseñados. f) Cheques al portador y otros efectos comerciales. g) Etc

Queremos agradecer a la "Fundación Juanelo Turriano" su importante contribución económica —la primera recibida— que nos permite contemplar con cierto desahogo la publicación de los próximos números de este Boletín

Asimismo agradecemos a nuestros comunicantes y lectores que han acusado recibo del primer número de "Analema" las palabras de aliento y afecto que amablemente nos han hecho llegar en su correspondencia. ED.

ACTIVIDADES DE LA ASOCIACION

REUNIONES : Se ha celebrado la preceptiva asamblea anual correspondiente al año 1990 . Prosiguen las reuniones mensuales de la Junta, donde se debaten todos los asuntos de trámite. Asimismo se sigue manteniendo con regularidad una tertulia semanal en la que se tratan temas de Gnomónica.

COMISIONES DE TRABAJO: Continúa la actividad de las siguientes comisiones permanentes:

Información y Bibliografía:

Mantiene al día el fichero bibliográfico, con una incremento de unos 20 títulos durante el año 1990. Se ha tomado el acuerdo de publicar en el Boletín las reseñas de libros o publicaciones que se refieran a temas de Gnomónica y de los cuales se reciba un ejemplar en el Servicio de Bibliografía

Publicaciones:

Ha editado los Boletines informativos números 1 y 2 y ha preparado una nueva edición de los Estatutos de la Asociación y del Reglamento de Regimen Interior que afecta al desarrollo de las reuniones. Se ha distribuido 112 Boletines Nº1 y se prevé una cifra similar para el presente Boletín

Normalización y nomenclatura:

Continúa sus trabajos y próximamente serán remitidos a los asociados las primeras conclusiones provisionales, con objeto de preparar una propuesta que recoja todas las iniciativas y opiniones que ya han sido extraídas de las comunicaciones recibidas

RELACIONES EXTERIORES

Se ha establecido contacto con otras Asociaciones y personas que se ocupan de temas de gnomónica. Se prevé un intercambio regular de información con las mismas, a partir del próximo mes

MEDIOS INFORMATIVOS: Prensa, Radio y Televisión

En el diario "EL SOL" correspondiente al día 18 de Junio de 1991 ha sido publicada la entrevista sostenida por su redactora Mar Hedo con varios miembros de la Junta

J.R. Marcet fué entrevistado para el programa de Televisión de Tele-Madrid, apareciendo en pantalla el día 19 de Julio..

M. Lombardero fué entrevistado en directo para Radio Nacional el día 23 de Julio.

En todas estas entrevistas, además de los temas específicos suscitados por los locutores, se informó a los oyentes de la existencia de la Asociación, de sus fines y forma de pertenecer a la misma, contribuyendo a su difusión y conocimiento.

VISITAS Y VIAJES

No ha sido posible llevar a cabo la proyectada visita a Mallorca. En principio ha sido aplazada hasta finales del mes de Marzo del próximo año 1992, manteniendo un programa de actividades muy semejante al previsto inicialmente. Tampoco ha sido organizada ninguna otra visita colectiva; esperamos las sugerencias y propuestas de nuestros asociados

EL SOL, Domingo, 16 de Julio de 1991

MADRID

Hace algunos siglos eran un elemento rector de la vida urbana y campesina. Hoy se construyen simplemente por su valor estético, pero rigen incluso los relojes más

s sofisticados. En Madrid, una veintena de personas ha constituido una Asociación para estudiar todo lo referido a ellos: su historia, su funcionamiento o su construc-

ción. Todos ellos llevan en la muñeca relojes convencionales, pero presumen de tener de los otros. Son los amigos de los relojes de sol.

Al calor de un reloj sin tic tac

La Asociación madrileña de Amigos de los relojes de sol edita un boletín sobre estas máquinas del tiempo

ADJUNTO SE REPRODUCE PARCIALMENTE EL TITULO DEL ARTICULO PUBLICADO EN EL DIARIO "EL SOL" REFERENTE A LA ENTREVISTA CELEBRADA EL DIA 16 / 6 / 91 CON LA JUNTA DIRECTIVA DE LA ASOCIACION

KRONIKRATES

El autor del presente artículo, J.J. Caurcel ha realizado un gran número de cuadrantes solares, entre ellos el complejo gnomónico de la Puerta de Toledo, en Madrid. Nos describe en la nota que figura a continuación la génesis de una propuesta para construir un monumental obelisco, que se utilizaría como señal referencial de un conjunto residencial y también como un gigantesco reloj solar, haciendo rememorar los antiguos obeliscos egipcios, a los que incluso supera con amplitud en sus dimensiones.

PROPUESTA PARA UN HITO SOLAR EN ESTEPONA

Una importante Entidad bancaria se planteó, y ha realizado, una remodelación de su residencia de Estepona (Málaga). Dentro de esta remodelación se deseaba crear un Elemento-Hito que permitiera la localización e identificación del complejo residencial.

La creación de este elemento fué encargada a Alberto Corazón, que ha realizado todos los elementos de "mobiliario urbano" y de "identidad" del complejo

Alberto Corazón llamó al autor de este artículo a una colaboración que ya otras veces hemos compartido (complejo gnomónico de la Puerta de Toledo, Colonia Salud y Ahorro, reloj solar del actual Ministerio de Cultura, etc...)

Desde las primeras ideas se estableció que se trataba de crear un elemento visual de gran altura, que como elemento de "llamada" convocara a una superficie horizontal como plaza de encuentro.

Un HITO que a la vez atrajera-absorbiera hacia el complejo residencial, lo que conducía a la idea de ESPIRAL-TORNADO.

Debíamos considerar a la vez el entorno cultural y geográfico. El entorno cultural inclinaba hacia la idea TORRE-CAMPANARIO MINARETE (llamada), y el medio geográfico guiaba hacia un elemento solar que por su desarrollo vertical se ha concretado desde la antigüedad en el OBELISCO SOLAR

La integración y depuración de todas estas ideas-vector: TORRE-MINARETE-ESPIRAL-SOL-OBELISCO, cristalizaron en una TORRE-HITO de 91 metros de altura, de planta cuadrada, formada por un plano inclinado 45 grados, de un metro de espesor, que se pliega sobre si mismo generando una espiral y creando un HITO-ZIGURAT

Este HITO-ZIGURAT se levanta sobre una plaza circular de 30 metros de diámetro en la que, tomando como "estilo" una de las aristas, se establece un Reloj de Sol Horizontal, Analemático, Calendario y con Ecuación del Tiempo. Las grandes dimensiones de la plaza permitían realizar un reloj de Sol que podía ser leído paseando sobre él.

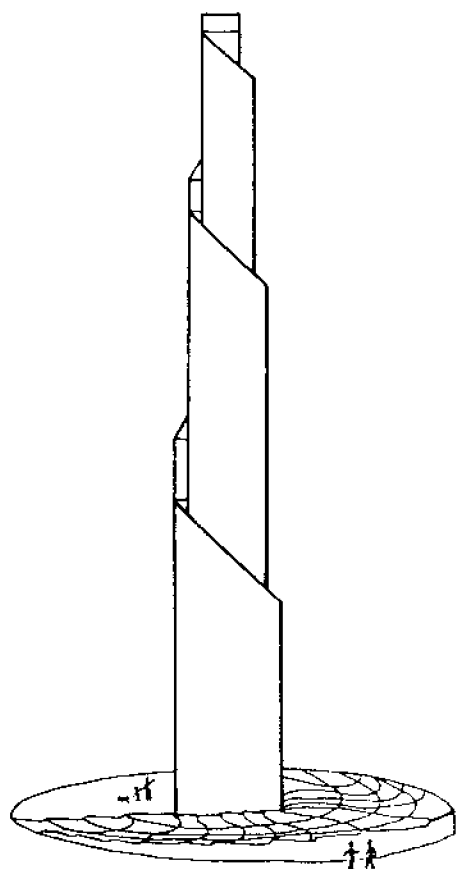
La complicidad del reloj se resolvía planteando un doble juego de escaleras superpuestas que generan una espiral ascendente, que se une a la del HITO-ZIGURAT

Una primera escalera que sube desde el borde de la plaza hacia su centro, en doce escalones que corresponden a los doce meses del año. La segunda escalera, que se superpone a la de los meses, tiene cada uno

de sus peldaños definidos por las líneas horarias que están calculadas con ecuación del tiempo y que, por las curvas que resultan, refuerzan la idea de espiral ascendente.

El cálculo de las líneas horarias se realizó para cada uno de los días del año, teniendo en cuenta el mes y la ecuación del tiempo de ese día, pues por las grandes dimensiones del reloj son apreciables todas estas variables.

JUANJOSE CAURCEL



En el número anterior del Boletín, M. Losot expuso un sistema para la determinación de la tangente de un ángulo sin utilizar tablas trigonométricas, aplicable al trazado de un reloj solar, del que se decía que es apropiado para adictos al "hagalo usted mismo". Se han recibido algunos comentarios, en los que se objeta que las fórmulas presentadas cubren solamente el campo de 22 a 48 grados, y que es posible mejorar su precisión aumentando el número de términos de las mismas. -He aquí la réplica del autor: -

DETERMINACION DEL SENO DE UN ANGULO SIN UTILIZAR TABLAS TRIGONOMETRICAS

Aplicacion al trazado de un reloj horizontal

Las fórmulas del artículo anterior (Tangente de un ángulo sin emplear tablas....) se establecieron para el trazado rápido de un cuadrante solar en la Península Ibérica, por lo que solamente se presentaron las correspondientes a las latitudes de 36 a 48 grados y, por extensión, las del archipiélago Canario, ampliadas de 26 a 35 grados

Su precisión es más que suficiente para el fin descado. Fórmulas mas complejas o con coeficientes más complicados son innecesarias y, permítasenos insistir en el término que también ha sido objetado, menos elegantes

El autor agradece los comentarios y objeciones recibidos y animado por los mismos presenta a continuación otro método para el trazado, aún más rápido y sencillo, del reloj solar horizontal

SENO DE UN ANGULO. APLICACION AL RELOJ SOLAR

La determinación del seno del ángulo de la latitud sin emplear tablas trigonométricas, se obtiene, para nuestras latitudes usuales, por la siguiente fórmula lineal, que da valores suficientemente aproximados:

$$\sin \varphi = (11 + 1,33 \cdot \varphi) / 100 \quad (1)$$

El ángulo φ viene expresado en grados y decimales y debe estar comprendido entre 36° y 45°

La precisión obtenida se indica en la tabla que figura a continuación:

ANGULO	FORMULA	SENO	ERROR
36°	0,5880	0,5878	0,0010
38°	0,6154	0,6157	0,0003
40°	0,6420	0,6428	0,0008
42°	0,6686	0,6691	0,0005
44°	0,6952	0,6947	0,0005

Exceptuando la latitud de 36° el mayor error que se comete es inferior a una milésima, precisión muy suficiente para nuestro propósito.

La fórmula equivalente para el archipiélago Canario, o para latitudes entre 27 y 34 grados, es:

$$\sin \varphi = (5 + 1,5 \cdot \varphi) / 100 \quad (2)$$

Como anteriormente, φ se expresa en grados y es válida solamente para ángulos entre 26° y 34°

ANGULO	FORMULA	SENO	ERROR
27°	0,4550	0,4540	0,0010
28°	0,4700	0,4695	0,0005
30°	0,5000	0,5000	0,0000
32°	0,5300	0,5299	0,0001
34°	0,5600	0,5592	0,0008

El error es también inferior a una milésima.

TRAZADO DEL RELOJ HORIZONTAL

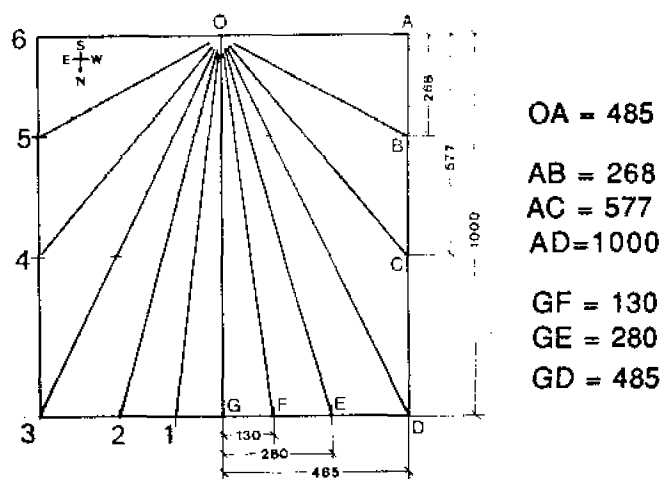
Como ejemplo tracemos un cuadrante para la latitud de Arrecife de Lanzarote, $\varphi = 29^\circ$.

Utilizamos la Fórmula (2)

Si recordamos que $\sqrt{3}=1,732$ los únicos cálculos a efectuar son tres multiplicaciones, una suma, una resta y una división por tres:

$$\begin{aligned} \sin 29^\circ &= (5 + 1,5 \times 29) / 100 = 0,485 \\ 2 - \sqrt{3} &= 0,268 \quad \text{,,} \quad 0,268 \times 0,485 = 0,130 \\ \sqrt{3}/3 &= 0,577 \quad \text{,,} \quad 0,577 \times 0,485 = 0,280 \end{aligned}$$

No hacen falta más cálculos, tablas ni círculos graduados para el trazado. Si se desea que el cuadrante tenga un metro de altura sus dimensiones, acotadas en milímetros, serán las siguientes:



NOTA: Como comprobación puede usarse el semicírculo graduado que apareció en el Boletín número uno. M.L.

Luis Hidalgo expone en este artículo un método paara trazar un reloj analémático en un plano cualquiera. Se basa en determinar las coordenadas geográficas de un lugar en el que el plano del horizonte sea paralelo al plano dado, dibujándolo como horizontal para esa latitud y corrigiendolo para la longitud hallada.

CALCULO Y DIBUJO DE UN RELOJ ANALEMATICO SOBRE UN PLANO CUALQUIERA

En el Siglo de oro de la Gnomónica podemos encontrar varias citas bibliográficas en las que los autores han descrito magistralmente, por métodos gráficos o analíticos, los cuadrantes analémáticos. En la actualidad es raro hojear un libro sobre esta materia en el que no figure en su índice la descripción de un reloj analémático, pero siempre referido al plano horizontal.

El estudio en un plano diferente al horizontal, ha quedado en lo misterioso y el camino para su trazado parece poco explorado. El hecho de incluirlo en nuestro boletín radica, no solamente en el interés en sí, sino más bien en el procedimiento empleado, que puede hacerse extensivo a la construcción de aquellos relojes convencionales que estamos acostumbrados a ver y admirar sobre los viejos muros de nuestros edificios.

Nuestro propósito en este artículo es dar a conocer la aplicación de las "equivalencias", merced a la cual un plano cualquiera pero determinado por una declinación gnomónica D y con una inclinación sobre la horizontal i , en un punto de coordenadas geográficas (ϕ, λ) conocidas, tendrá en otro lugar de la Tierra la propiedad de ser horizontal. En otras palabras, el trazado de un reloj, ya sea analémático (basado en la determinación del azimut) o direccional (basado en la determinación del ángulo horario) en el plano dado y en el punto de origen, será equivalente o exactamente igual al trazado sobre un plano horizontal en otro punto de la Tierra.

Por tanto, nuestra labor consistirá fundamentalmente en averiguar ese punto geográfico del globo en el que el plano horizontal es paralelo al plano dado. Una vez conocido éste, trazaremos un cuadrante (que en este caso particular será un analémático) que no revestirá ninguna dificultad. Este trazado lo llevaremos al lugar de origen y lo adosaremos al plano en cuestión, respetando ciertas condiciones de las que hablaremos más adelante.

Para hallar las coordenadas geográficas del lugar en el que nuestro plano se convierte en un plano horizontal, de una manera empírica e intuitiva, solo debemos desplazar el plano representado por una cartulina paralela a sí misma hasta que toque un punto de tangencia de un globo donde es horizontal. Ahora ambos planos son paralelos y los rayos solares se reciben con el mismo ángulo de incidencia según se aprecia en la figura 1. Lo que hemos realizado intuitivamente no es más que deslizar paralelamente el plano a lo largo de la línea de máxima pendiente (LPM), manteniendo un ángulo sobre la horizontal igual a la inclinación i .

En la figura 1 el plano P tiene una declinación $D = 0$, la circunferencia $NQSQ'$ representa el globo terráqueo y también la línea de máxima pendiente (LPM), siendo QQ' el ecuador. El ángulo ZOQ' es igual a la latitud local ($\phi = NOH$), el ángulo ZOZ' representa el ángulo i a lo largo de la línea de máxima pendiente. $Q'OZ'$ es igual a la latitud del punto que buscamos ($\phi' = i - \phi$).

Se puede observar que si la esfera se reduce a un punto, ambos planos son uno en realidad y por tanto los gnomos son paralelos.

En la figura 2 el plano tiene ahora una declinación D dada y apreciamos que si el plano P lo deslizamos paralelamente a sí mismo por el arco ZZ' (LPM) un ángulo i tendremos un punto tangente Z' en el que es horizontal, formandose un triángulo esférico NZZ' en el que se conocen dos lados y un ángulo.

Datos conocidos:	Interesa conocer:
$NZ = (90^\circ - \phi)$	$NZ' = 90^\circ - \phi'$
$ZZ' = i$	$ZZ'N = \beta$
$NZZ' = (180^\circ - D)$	$Z'NZ = DL$

donde DL es la diferencia de longitud entre ambos puntos

Aplicando la fórmula del coseno tendremos:

$$\cos(90^\circ - \phi') = \cos(90^\circ - \phi) \cdot \cos i + \sin(90^\circ - \phi) \cdot \sin i \cdot \cos(180^\circ - D)$$

$$\sin \phi' = \sin \phi \cdot \cos i - \cos \phi \cdot \sin i \cdot \cos D; [1]$$

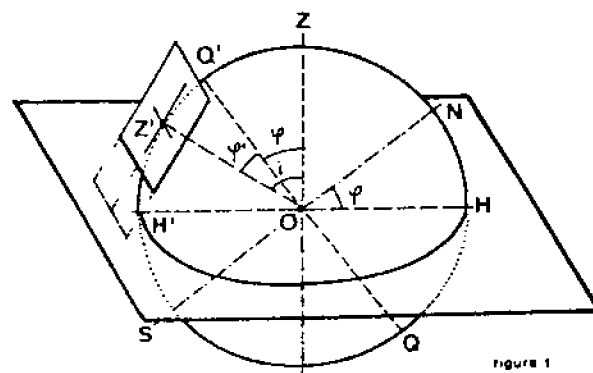


figura 1

Aplicando la fórmula del seno tendremos:

$$\begin{aligned} \text{sen } i / \text{sen } DL &= \text{sen } (90^\circ - \varphi) / \text{sen } (180^\circ - D); \\ \text{sen } DL &= \text{sen } D \cdot \text{sen } i / \cos \varphi' \quad [2] \end{aligned}$$

Igualmente:

$$\begin{aligned} \text{sen } (90^\circ - \varphi) / \text{sen } \beta &= \text{sen } (90^\circ - \varphi') / \text{sen } (180^\circ - D); \\ \text{sen } \beta &= \cos \varphi \cdot \text{sen } D / \cos \varphi' \quad [3] \end{aligned}$$

Siendo β el ángulo que forma la meridiana (que también es la subestilar) con la línea de máxima pendiente (LMP).

Existen otras fórmulas alternativas dadas por la función tangente, en la que no entra φ' sino φ :

$$\begin{aligned} \text{tg } DL &= \text{sen } i \cdot \text{sen } D / (\cos i \cdot \cos \varphi + \text{sen } i \cdot \text{sen } \varphi \cdot \cos D) \quad [2'] \\ \text{tg } \beta &= \cos \varphi \cdot \text{sen } D / (\text{sen } i \cdot \text{sen } \varphi + \cos \varphi \cdot \cos i \cdot \cos D) \end{aligned}$$

$$\text{tg } \beta = \text{sen } D / (\text{tg } \varphi \cdot \text{sen } i + \cos i \cdot \cos D) \quad [3']$$

Con estas fórmulas seremos capaces de obtener la latitud φ' y la diferencia de longitud DL expresada en grados, o en tiempo.

Aunque, como se deduce de las fórmulas anteriores, es innecesario el conocimiento de la longitud λ' para el desarrollo del cálculo, podemos saber, como curiosidad, en qué lugar de la Tierra nos encontramos, conociendo la longitud del punto de origen (punto Z). Tal longitud λ' resultará de la suma o resta de ambas longitudes según se encuentren del mismo lado o contrario del meridiano de Greenwich respectivamente.

Conocido φ' se trazará un cuadrante analemático horizontal para esta latitud φ' . En este cuadrante los puntos horarios descansan sobre una elipse cuyos semiejes son:

- el mayor, igual al radio R de la circunferencia circunscrita a la elipse y es arbitrario el valor que elijamos
- el menor, igual a $R \cdot \text{sen } \varphi'$.

Para trazar la elipse por puntos nos valemos de un sistema de coordenadas cartesianas en el que los valores de las abscisas $x = R \cdot \text{sen } H$ y las ordenadas $y = R \cdot \text{sen } \varphi' \cdot \cos H$ (siendo H el ángulo horario). Una vez trazada la elipse nos puede servir de comprobación la representación de coordenadas polares a través de la función:

$$\text{tg } w = x/y = R \cdot \text{sen } H / R \cdot \text{sen } \varphi' \cdot \cos H = \text{tg } H / \text{sen } \varphi'$$

La escala del desplazamiento del gnomon según la fecha, contada a partir del centro de la elipse es

$$d = R \cdot \text{tg } \delta \cdot \cos \varphi'; \quad (\delta = \text{declin. del Sol}).$$

Ahora sólo queda acopiarlo en el lugar de origen al plano P, que se obtiene interpretando cuidadosamente las fórmulas. Si φ' sale negativo significa que Z' está en el hemisferio Sur y al pasar a nuestro hemisferio Norte debemos invertir los signos del Zodiaco en la escala del desplazamiento de las fechas, así como el sentido de la rotación de las horas. En el punto Z' girarán en el sentido inverso a las agujas de un reloj, igual que en el punto Z, pero nosotros en la elipse lo habíamos dibujado en el sentido de las agujas del reloj, por lo que será necesaria la inversión del sentido horario.

Otro punto a considerar es el ángulo β que forma la línea de las XII (meridiana y también subestilar en este caso, en el cuadrante analemático horizontal del punto Z') con la línea de máxima pendiente LMP. Se puede decir que cuando el plano P declina al Este y el punto Z' encontrado, lógicamente también está al Este de Z, el ángulo lo pondremos a la izquierda de la línea de máxima pendiente (LMP) y a la derecha si se encuentra en el hemisferio Norte. Lo contrario sería si el plano P declina al Oeste (Fig. 3). Ya hemos colocado la elipse correctamente en el plano P y los puntos horarios hallados para el punto Z' (φ') serán también válidos para φ , con la única diferencia de que estarán desfasados una cantidad constante que justamente es DL, es decir, que en este caso concreto, la hora solar verdadera local para el punto Z (φ) será la de Z' (φ') menos DL, así cuando la hora de las XII sea tocada por la sombra en el cuadrante, serán las XII-DL, hora local para Z (φ).

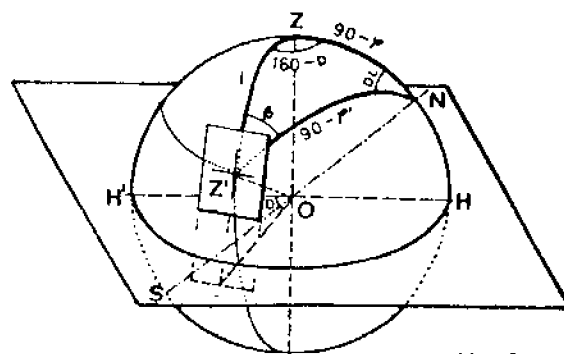


Figura 2

Si se quiere obviar este inconveniente y conocer las horas enteras para $Z(\varphi)$ sólo tendremos que calcular el ángulo w solicitando la fórmula

$$\operatorname{tg} w = \operatorname{tg} (H \pm DL) / \operatorname{sen} \varphi'$$

y de esta manera tendremos corregido el desfase horario y los puntos horarios de la elipse serán horas enteras para el punto de origen.

También es interesante saber qué horas debemos incluir en nuestro cuadrante, pues debido a su inclinación habrá horas de insolación que no pueda marcar el gnomon, porque no le dará el sol.

Por la Astronomía se conoce el arco semidiurno del Sol:

$$\begin{aligned} \cos H &= -\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi ; \text{ Arco semidiurno para } Z ; \text{ Orto } = 12-H ; \text{ Ocaso } = 12+H \\ \cos H' &= -\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi' ; \text{ " " " } Z' ; \text{ Entrada } T\beta-H' ; \text{ Salida } T\beta+H' \\ T\beta &= \text{ hora de la subetilar; } T\beta = 12h - DL = (180^\circ - DL)/15 \end{aligned}$$

Y por último, con el afán de completarlo se calcula la longitud mínima del gnomon para que cuando la declinación solar sea extrema, la sombra llegue a cortar a la elipse.

Según se desprende de la figura 1, la longitud mínima del gnomon en el solsticio de invierno para el punto Z es la misma que en el solsticio de verano para el punto Z' . Si nos guiamos por la figura 4, se tiene:

AO = semieje menor; OB = d (escala del desplazamiento del gnomon);
AB = AO - OB = AB - d; $\operatorname{tg} h(\max)$ es la altura máxima del Sol sobre el horizonte a las XII solares en el punto Z' cuando la declinación solar es $23^\circ 26'$; $h(\max) = DAB = (90^\circ - \varphi) + \delta(\max)$; $\operatorname{tg} h(\max) = BD/AB$; $BD = \operatorname{tg} h(\max) \cdot AB = Lg$

Para una mejor comprensión de lo antedicho llevemoslo a la práctica con un ejemplo.

Se pretende construir un cuadrante analemático en Madrid ($\varphi = 40.4^\circ N$, $\lambda = 3.68^\circ W$) sobre un muro que tiene una declinación gnomónica $D = 20.51^\circ E$ y una inclinación sobre la horizontal de $i = 80^\circ$ y queremos hacerlo de un tamaño cuyo semieje mayor de la elipse es $R = 8m$.

Se averiguaría primero en qué lugar de la Tierra sería horizontal nuestro plano.

Aplicando la fórmula [1]; $\operatorname{sen} \varphi' = \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos i - \cos \varphi \cdot \operatorname{sen} i \cdot \cos D$

$$\operatorname{sen} \varphi' = \operatorname{sen} 40.4^\circ \cdot \cos 80^\circ - \cos 40.4^\circ \cdot \operatorname{sen} 80^\circ \cdot \cos 20.51^\circ ;$$

$$\varphi' = -36.14^\circ \text{ ó lo que es igual a } 36.14^\circ S.$$

Si aplicamos la fórmula [2]; $\operatorname{sen} DL = \operatorname{sen} i \cdot \operatorname{sen} D / \cos \varphi'$

$$\operatorname{sen} DL = \operatorname{sen} 80^\circ \cdot \operatorname{sen} 20.51^\circ / \cos 36.14^\circ ; DL = 25.29^\circ = 1h 42m.$$

Si la diferencia está desplazada hacia el Este, la longitud de Z' será; $25.29^\circ - 3^\circ 68' W = 21.6^\circ E = 21^\circ 36'$; Cabo de Buena Esperanza.

Si se introducen los valores en la fórmula [3]; $\operatorname{sen} \beta = \cos \varphi \cdot \operatorname{sen} D / \cos \varphi'$

$$\operatorname{sen} \beta = \cos 40.4^\circ \cdot \operatorname{sen} 20.51^\circ / \cos 36.14^\circ ; \beta = 19.29^\circ.$$

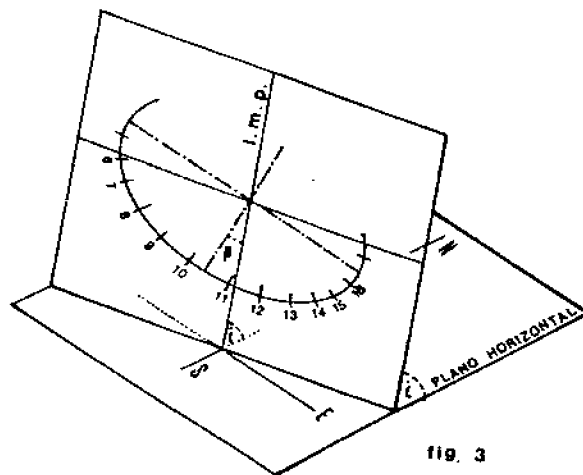


fig. 3

Este valor es el ángulo que la meridiana del punto Z', subestilar o línea de las XII, hace con la línea LMP en el plano sito en Z (Madrid). Este se tomará hacia la izquierda de LMP por ser la declinación hacia el Este.

A continuación se trazará un analemático horizontal para el punto Z', $\varphi' = 36,14^\circ S$; semieje mayor = 8m.; semieje menor = $R \cdot \sin \varphi' = 4,71m$.

Coordenadas cartesianas de los puntos horarios

	Abcisas $x = R \cdot \sin H$	Ordenadas $y = R \cdot \sin \varphi' \cdot \cos H$
H=0°(XII)	$x = 8 \cdot \sin 0^\circ = 0$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 0^\circ = 4,71$
H=15°(XI)	$x = 8 \cdot \sin 15^\circ = 2,07$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 15^\circ = 4,55$
H=30°(X)	$x = 8 \cdot \sin 30^\circ = 4$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 30^\circ = 4,08$
H=45°(IX)	$x = 8 \cdot \sin 45^\circ = 5,65$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 45^\circ = 3,33$
H=60°(VIII)	$x = 8 \cdot \sin 60^\circ = 6,92$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 60^\circ = 2,35$
H=75°(VII)	$x = 8 \cdot \sin 75^\circ = 7,72$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 75^\circ = 1,22$
H=90°(VI)	$x = 8 \cdot \sin 90^\circ = 8$	$y = 8 \cdot \sin 36,14^\circ \cdot \cos 90^\circ = 0$

Escala de desplazamiento del gnomon según la fecha; $d = R \cdot \tan \delta \cdot \cos \varphi'$

(Se ha calculado conforme a la declinación solar a la entrada de los signos zodiacales)

$$\begin{aligned} d &= 8 \cdot \tan 23^\circ 26' \cdot \cos 36,14^\circ = 2,8 \\ d &= 8 \cdot \tan 20^\circ 10' \cdot \cos 36,14^\circ = 2,37 \\ d &= 8 \cdot \tan 11^\circ 20' \cdot \cos 36,14^\circ = 1,2 \\ d &= 8 \cdot \tan 0^\circ = 0 \end{aligned}$$

y sus simétricos.

Servirán de comprobación los ángulos w para el trazado de la elipse de los puntos horarios;
 $\tan w = \tan H / \sin \delta'$

$$\begin{aligned} H=15^\circ(\text{XI}, \text{XIII}) &\dots 24,46^\circ \\ H=30^\circ(\text{X}, \text{XIV}) &\dots 44,39^\circ \\ H=45^\circ(\text{IX}, \text{XV}) &\dots 59,46^\circ \\ H=60^\circ(\text{VIII}, \text{XVI}) &\dots 71,19^\circ \\ H=75^\circ(\text{VII}, \text{XVII}) &\dots 81,02^\circ \end{aligned}$$

Una vez dibujada la elipse con sus puntos horarios, sólo resta colocarla en el muro que tenemos en Madrid. Ya que el punto Z' resultó negativo y está enclavado en el hemisferio Sur, es necesario hacer una inversión de los signos del zodiaco en la escala del desplazamiento del gnomon; donde es Cáncer en Z' será Capricornio en Z y cambiar el sentido de rotación de las horas. Si previamente habíamos trazado la línea de máxima pendiente LMP, que es la perpendicular a la traza del plano con el plano horizontal, apoyándonos en ella, llevaremos el ángulo β hacia la izquierda de la misma, por declinar el plano hacia el Este, un ángulo de $19,29^\circ$ tal como se indicó en la figura 3.

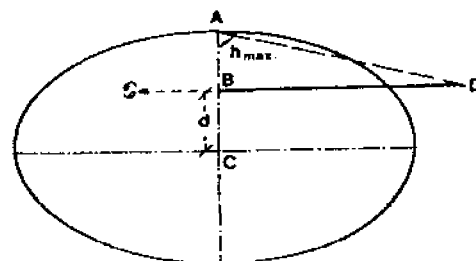
Se dijo que el trazado de los puntos horarios era válido para indicar la hora verdadera local en Z', también sigue siéndolo para Madrid, pero con un desfase horario constante igual a $25,29^\circ = 1h 42m$ y todas las horas enteras calculadas, cuando la sombra del gnomon toque en ellas, serán justamente 1h 42m menos en Madrid. Así cuando la sombra ocupe las XII serán exactamente las 10h 18m (hora solar local) en Madrid y cuando marque las III en el cuadrante, serán las 13h 18m y así sucesivamente.

Si queremos poner las horas enteras directamente para Madrid sobre la elipse bastaría en la fórmula $\tan w = \tan H / \sin \varphi'$ sumar algebraicamente el ángulo DL al H, convirtiéndose en: $\tan w = \tan (H+DL) / \sin \varphi'$.

Hora local verdadera en Madrid, en horas enteras:

$$XII : (0+25,29^\circ); \operatorname{tg} w = \operatorname{tg} (0+25,29^\circ) / \operatorname{sen} 36,14^\circ; w = 38,69^\circ$$

XIII (15° + DL); w = 55,17°	XI (15° - DL); w = 1,7°
XIV (30° + DL); w = 67,17°	X (30° - DL); w = 7,9°
XV (45° + DL); w = 78,06°	IX (45° - DL); w = 31,2°
XVI (60° + DL); w = 87,21°	VIII (60° - DL); w = 49,5°
XVII (75° + DL); w = -83,14°	VII (75° - DL); w = 63,4°
	VI (90° - DL); w = 74,4°
	V (105° - DL); w = 83,8°



Si estos ángulos los llevamos desde la línea de las XII (subestilar) hacia la derecha (P.M.) e izquierda (A.M.) tendremos los puntos horarios de horas enteras que marcan la hora verdadera solar en Madrid. Ver Nota 1.

Las horas calculadas arriba están en función de las horas de insolación extrema.

La iluminación del cuadrante depende de dos factores fundamentales, la presencia del Sol sobre el horizonte local y las condiciones de orientación del cuadrante, dado que el Sol puede estar todavía sobre el horizonte y sin embargo no le esté iluminando.

Analicemos el primero: Arco semidiurno para Madrid $\delta_{\max} = 23^\circ 26'$

$$\cos H = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg} 23^\circ 26' \operatorname{tg} 40,4^\circ; H = 111,71^\circ / 15 = 7,44h$$

Orto para ese día 21 de Junio $12h - 7,44h = 4,56h = 4h 33m$

Ocaso " " " " " $12h + 7,44h = 19,44h = 19h 26m$

Veanse los de la orientación del plano: Arco semidiurno en Z'

$$\cos H' = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} 23^\circ 26' \operatorname{tg} 36,14^\circ; H' = 71,54^\circ / 15 = 4,75h$$

Consideremos el plano como un horizonte ficticio, en el que la subestilar es el eje de simetría y en él la hora de la subestilar funciona como las XII en el punto Z.

El orto y el ocaso no son más que la representación de la entrada y la salida en el plano, respectivamente, teniendo en cuenta que cuando la declinación es positiva en Z, es igual pero negativa en Z' y viceversa.

Hora de la subestilar en Madrid:

$$T\beta = 180^\circ - 25,29^\circ = 154,71^\circ; 154,71^\circ / 15 = 10,31h$$

Entrada = $10,31h - H' = 10,31h - 4,76h = 5,55h = 5h 33m$

Salida = $10,31h + H' = 10,31h + 4,76h = 15,07h = 15h 4mt$

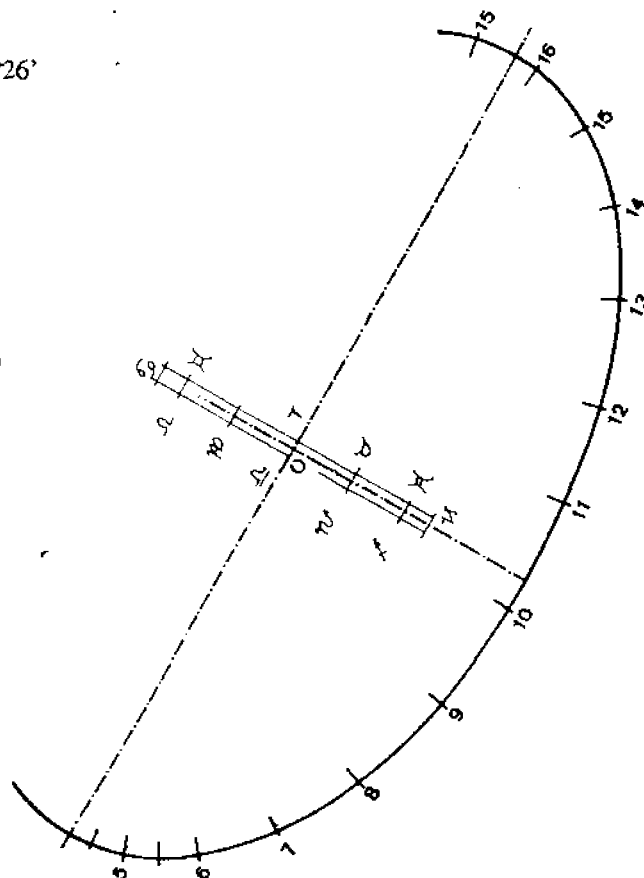
Luego las horas extremas de insolación que tenemos que inscribir en el cuadrante serán las 5h 33m y las 16h 33m.

Finalmente, para concluir el cálculo, determinaremos la longitud del gnomon (Fig. 4): $L_g = BD = \operatorname{tg} h_{\max} \cdot AB$.

En Z' a las XII horas en el solsticio de verano (en que δ es $23^\circ 26'$),

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi' + 23^\circ 26' = 77,36^\circ; AB = 4,71 - 2,80 = 1,91m$$

$L_g = 1,91 \operatorname{tg} 77,36^\circ = 8,51mt$, que será la longitud mínima del gnomon para que la sombra corte a la elipse, cuando en Madrid



el 22 de diciembre (solsticio de invierno) marque las 10h 18mt hora solar verdadera local y en nuestro reloj de pulsera:

$$10h\ 18mt + 1h\ 14mt\ 45sg - 1mt\ 31sg = 11h\ 31mt\ 14sg\ (\text{hora oficial}).$$

Este reloj analemático (sin centro fijo) se puede transformar en un cuadrante con gnomon fijo, con sólo desplazar las elipses (todas de igual tamaño a la trazada) una cantidad sobre el eje menor, igual al del desplazamiento del gnomon en la escala del desplazamiento de las fechas, en cada signo del zodiaco.

Con la aplicación de este proceder en cualquier plano, el trazado de un reloj vertical declinante, sería un caso particular en que las fórmulas se simplificarían notablemente, al hacer $i = 90^\circ$. El ángulo β es el mismo que el hallado para el analemático, así como la regla dada para su transporte; lo mismo cabe decir para la hora subestilar y el ángulo que forma el estilo con la línea de la subestilar será igual a φ' . La diferencia estriba en los ángulos w , en los que como en todo reloj horizontal direccional basado en la medición del ángulo horario H ; $\text{tg } w = \text{tg } (H - T\beta) \cdot \text{sen } \varphi'$ llevados a partir de la subestilar. Las fórmulas quedarían;

$$\begin{aligned} \text{sen } \varphi' &= -\cos D \cdot \cos \varphi & \text{tg } w &= \text{tg } (H - T\beta) \cdot \text{sen } \varphi' \\ \text{sen } \beta &= \text{sen } D \cdot \cos \varphi / \cos \varphi' & \text{sen } DL &= \text{sen } D / \cos \varphi' \end{aligned}$$

o las alternativas:

$$\text{tg } DL = \text{tg } D / \text{sen } \varphi \quad \text{tg } \beta = \text{sen } D / \text{tg } \varphi$$

Como colofón, se desea a aquellos que paciente y sufriendamente me han seguido en esta excursión gnomónica al hemisferio Sur, realizando un viaje de muchos kilómetros en un tiempo record, a los que tuvieron que transportar un cuadrante de 16m y un gnomon de 8m y colocarlo en Madrid, felicitarles efusivamente y, dado que su preparación física, despues de haber superado esta prueba maratoniada, es excelente animarles a su presentación en las próximas olimpiadas; ¡les auguro un triunfo seguro!....

Claro es que si hay algún atleta que le queden fuerzas y con objeto de lograr una mayor exactitud en el cuadrante, deberá determinar la escala de desplazamiento del gnomon diariamente, conforme a la declinación del Sol, y por supuesto añadirle el mooutus y todos los elementos decorativos y ornamentales conforme al gusto del lector.

Nota 1.- Para evitar la ambigüedad en los signos de la fórmula precedente, como alternativa se da la siguiente, en la que los signos que salgan negativos se colocarán a un lado de la subestilar (XII en este caso) y los positivos en el opuesto;

$$\text{tg } w = \text{tg } (H - T\beta) / \text{sen } \varphi'$$

hora de la subestilar; $T\beta = 12 - DL = 180^\circ - 25,29^\circ = 154,71^\circ$ (en grados)

T	H	Tβ	H-Tβ	tg (H-Tβ)	tg w	w
5h	75°	- "	= -79,21°	-5,50°	-9,33	-83,88°
6h	90°	- "	= -64,71°	-2,11°	-3,58	-74,42°
7h	105°	- "	= -49,71°	-1,17°	-2,0	-63,43°
8h	120°	- "	= -34,71°	-0,69°	-1,17	-49,58°
9h	135°	- "	= -10,71°	-0,35°	-0,6	-31,27°
10h	150°	- "	= -4,71°	-0,08°	-0,13	7,95°
11h	165°	- "	= 10,29°	0,18°	0,3	17,11°
12h	180°	- "	= 25,29°	0,47°	0,8	38,69°
13h	195°	- "	= 40,29°	0,84°	1,43	55,17°
14h	210°	- "	= 55,29°	1,44°	2,44	67,77°
15h	225°	- "	= 70,29°	2,79°	4,73	78,06°
16h	240°	- "	= 85,29°	12,13°	20,58	87,21°
17h	255°	- "	= 100,29°	-5,50°	-9,33	-83,88°

L. Hidalgo

El presente escrito sobre las horas itálicas y babilónicas fué presentAdo en la XX Tertulia de Geometría, celebrada en la sede del Colegio de Ingenieros de Caminos el día 17 de Octubre de 1990.

HORAS BABILONICAS E ITALICAS

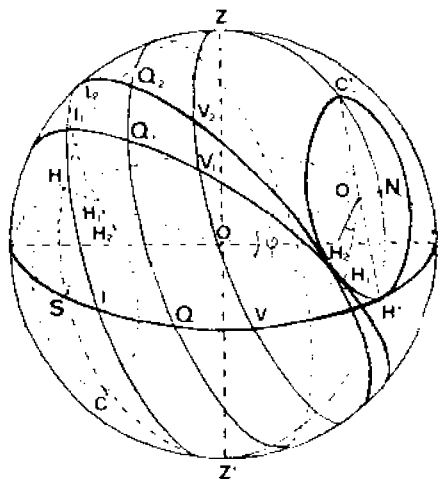
J. VELILLA MOROS

Las horas astronómicas solares vienen definidas por la posición del Sol en cada uno de los 24 meridianos horarios, separados por arcos de 15° de longitud, que suponemos trazados en la esfera celeste.

Las horas babilónicas o itálicas también dividen el día solar en 24 partes iguales, pero empiezan a contarse: las primeras en el momento del orto del sol y a partir del ocaso las segundas. Estas últimas, si se numeran en sentido inverso indican, no el tiempo transcurrido desde que sucedió la puesta del Sol, sino el que falta para ponerse de nuevo.

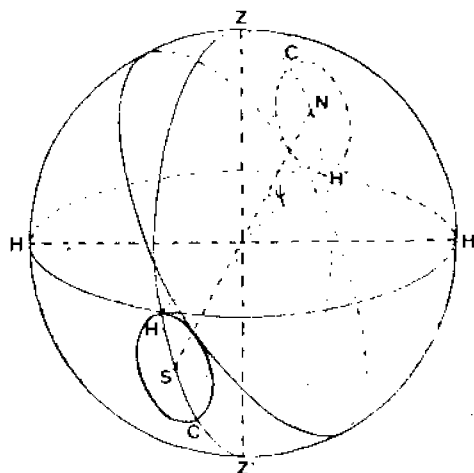
CIRCULOS QUE DEFINEN ESTAS HORAS

Consideremos los dos círculos circumpolares tangentes al del horizonte $H I Q V H'$. Uno de ellos $C'H'$ por encima de este y el otro $C H$ por debajo. Tendrán como radios esféricos $H S$ y $H'N$, ambos iguales a la latitud φ del lugar. Llamemos al primero paralelo máximo visible y al segundo paralelo máximo oculto. Ambos forman las bases de una superficie cónica de revolución, doble, con su vértice en el centro de la esfera celeste.



El orto y el ocaso se producen siempre en el círculo máximo del horizonte, que queda dividido en dos mitades por la generatriz de tangencia HH' . La mitad oriental es el origen de las horas babilónicas (hora 24) y la mitad occidental da origen a las horas itálicas (hora 24). Si a este círculo máximo del horizonte, tangente a la superficie cónica, lo hacemos girar sucesivamente ángulos de 15° alrededor del eje N-S del mundo, sus diversas

posiciones representan círculos homólogos, que siguen siendo círculos máximos tangentes a la superficie cónica. Los pares de puntos homólogos en dos círculos contiguos estarán separados por arcos de 15° medidos sobre círculos paralelos al ecuador: $H H_1 = H_1 H_2 = H_2 H_3 = \dots = I I_1 = I_1 I_2 = I_2 I_3 = \dots = H' H'_1 = H'_1 H'_2 = H' H'_3 = \dots = 15^\circ$



Las veinticuatro posiciones sucesivas completarán una vuelta de 360° , es decir las 24 horas del día, definiendo así 24 círculos horarios en los que cada una de sus dos mitades, la occidental del círculo del horizonte y sus homólogas, son los semicírculos horarios de las horas babilónicas 24, 1, 3, 4, ... y los opuestos a ellos son los de las horas itálicas 24, 1, 2, 3, ... Cada serie de puntos homólogos $H I Q V H'$, $H_1 I_1 Q_1 V_1 H'_1$, $H_2 I_2 Q_2 V_2 H'_2$ del círculo horizontal de partida y del fin de cada giro pertenecen a un círculo máximo en el que se encuentra el Sol después de transcurridas 0, 1, 2, 3 ... 24 horas completas desde el amanecer (horas babilónicas 24, 1, 2, 3, 4, ...). Los semicírculos opuestos determinarán las horas itálicas 24, 1, 2, 3, 4, ... con idéntica numeración y que, como ya sabemos, empiezan a contarse desde el horizonte en el momento del ocaso.

Cuando el Sol sale por el punto V (hora 24 babilónica), pasará por V_1 a las 1^h (arco $VV_1 = 15^\circ$) y cuando pase por V_2 (arco $V_1V_2 = 15^\circ$) serán las 2^h , etc., hasta llegar nuevamente a V donde se completa la hora 24. Lo mismo podríamos decir si el Sol partiese de un punto del horizonte en el ocaso, hora 24 itálica.

Por todo lo que antecede vemos que los círculos que definen las horas babilónicas o itálicas son círculos máximos tangentes a una superficie cónica doble que tiene por bases el paralelo máximo visible y el paralelo máximo oculto, cortando, por consiguiente, a todos los paralelos por donde discurre el Sol a lo largo del año. La semiapertura de esta superficie cónica es igual a la latitud ϕ del lugar. Cada uno de estos círculos define siempre dos horas, una babilónica y otra itálica, ambas con la misma numeración pero separadas entre sí por un espacio de tiempo no siempre igual, pues como el número de horas diarias de insolación es variable durante el año, al semicírculo occiduo de las 24 horas itálicas no le corresponde, en distintas épocas, una misma hora babilónica fija.

Por la misma razón tampoco al semicírculo ortivo, de las 24 horas babilónicas, le corresponde una hora itálica fija. Veámoslo en varios ejemplos:

El día de los equinoccios el Sol sale a las 6^h horas astronómicas y se pone a las 18^h, lo que implica una insolación de 12 horas, dando lugar por este motivo a que haya correspondencia entre horas enteras astronómicas, babilónicas e itálicas:

Astrs.	Babils.	Itáls.	
6 h	24 h	12 h	Momento del orto
7 h	1 h	13 h	Una hora después
8 h	2 h	14 h	Dos horas después
.....			Etc.

La correspondencia entre horas enteras ocurre cuando la salida del Sol se produce a una hora astronómica entera, pues también el ocaso se efectuará a una hora entera. Por ejemplo: si el Sol sale a las 5^h de la mañana se pondrá a las 7^h de la tarde y habrá 14 horas completas de insolación.

La correspondencia entre horas será la siguiente:

Astrs.	Babils.	Itáls.	
5 h	24 h	10 h	Momento del orto
6 h	1 h	11 h	Una hora después
7 h	2 h	12 h	Dos horas después
.....			Etc.

Cuando la salida del Sol no se realice a una hora astronómica entera no existirá esta correspondencia mútua entre horas astronómicas, babilónicas e itálicas, pues si un día el Sol sale a las 6^h 10^m (hora astronómica), se pondrá a las 12^h - 6^h 10^m o sea a las 5^h 50^m de la tarde y habrá, por tanto, $2 \times (5^h 10^m) = 11^h 40^m$ de insolación. El Sol se pondrá entonces a las 11^h 40^m (hora babilónica) que corresponde a las 24 horas itálicas. Y como el

Sol está oculto $24^h - 11^h 40^m = 12^h 20^m$, esta será también la hora itálica del orto.

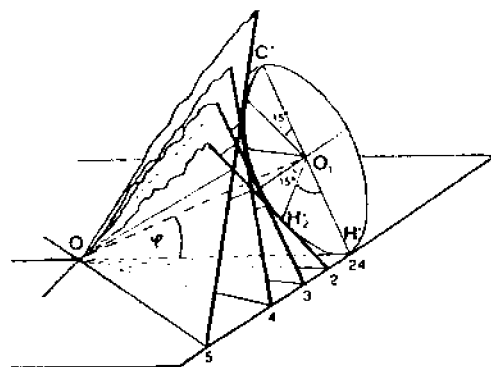
La correspondencia con las horas enteras babilónicas será:

Babils.	Astrs.	Itáls.	
24 h	6 h 10 m	12 h 20 m	Momento del orto
1 h	7 h 10 m	13 h 20 m	Una hora después
2 h	8 h 10 m	14 h 20 m	Dos horas después
.....			Etc.

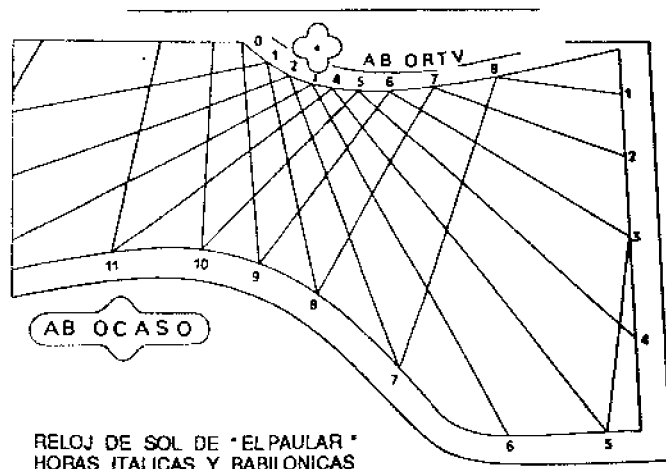
y con las horas itálicas:

Itáls.	Astrs.	Babils.	
24 h	5 h 50 m	11 h 40 m	Momento del ocaso
1 h	6 h 50 m	12 h 40 m	Una hora después
2 h	7 h 50 m	13 h 40 m	Dos horas después
.....			Etc.

Como cada uno de los círculos horarios está contenido en un plano, al ser cortados por el plano de un reloj cualquiera sus trazas sobre éste serán líneas rectas, para cuya determinación es suficiente conocer la situación de dos de sus puntos.



La correspondencia que hemos visto que, en algunos casos, existe entre las horas enteras, babilónicas e itálicas y que ha sido comprobada en los anteriores ejemplos, puede servirnos de base para ejecutar uno de los procedimientos que permiten diseñar las líneas horarias que representan estas horas. J.V.



Narraciones Gnomonico-Arqueo-Lógicas

NARRACION TERCERA

El reloj de Château-La Pompe

Los numerosos lectores de mis interesantes y eruditas publicaciones, discípulos y amigos, saben que entre el cúmulo de mis extensos conocimientos tengo una marcada predilección por las cuestiones gastronómicas, especialmente las que tratan de los alimentos roborantes y carminativos.

En Febrero de 19** fuí llamado a consulta por el Grand Maître de L' Éperon, de la Orden des Chevaliers Rotisseurs, el vizconde de A** *, para dictaminar sobre el sistema que se estaba utilizando tradicionalmente en sus propiedades del Castillo para obtener el renombrado "pâté de foie truffé".

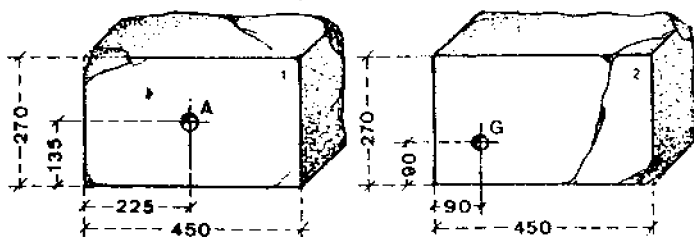
Consistía en alimentar a las ocas con trufas traídas especialmente del Périgord, lo que le resultaba muy dispendioso y poco práctico.

Rápidamente encontré la solución: Las ocas comerían grano o sus alimentos habituales y las trufas serían incorporadas directamente al paté.

Algunos miembros de la Orden, excesivamente escrupulosos, encontraron que había "une petite différence de bouquet" en el nuevo producto, pero no obstante a partir de aquel momento es el sistema que se sigue en toda la comarca. Yo fuí recompensado con el honroso título de "Maître Portepanier" que comporta el codiciado privilegio de poder mojar pan en las salsas.

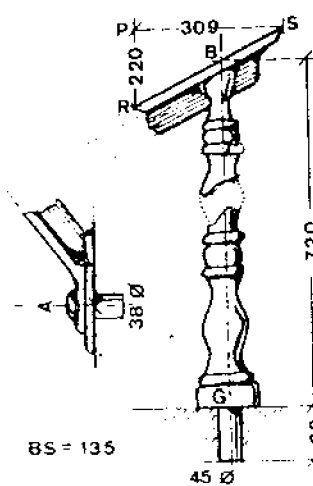
Con este motivo, cuando investigaba el comportamiento de las ocas salvajes en las ruinas del Château-La Pompe, (famoso en otros tiempos por la abundancia de sus vinos, aunque algo flojos, todo hay que decirlo), encontré unos sillares desprendidos del muro suroeste de la Grande Tour.

Se adjunta a continuación un croquis de las dimensiones de estas piedras, acotado en mm.



Uno de los sillares, el bloque marcado (1) presentaba en su centro un orificio de unos 40 mm. de diámetro. En el bloque (2) y en la posición indicada también aparecía otro orificio de 50 mm de diámetro y 110 mm. de profundidad.

Posteriormente, entre los objetos procedentes del Castillo que se guardaban en un local habilitado como museo, en las antiguas caballerizas (15 francos la entrada) vi unos trozos de una pequeña columna de bronce, cuya descripción figuraba en el catálogo como "Restos del apoyo de un facistol del coro de la antigua Capilla del Castillo".



Mi mente, siempre alerta y lógica, rechazó esta explicación relacionando inmediatamente ambos hallazgos: Tanto los sillares como la columna (que serviría de apoyo horizontal del estilo, de ser ciertas mis hipótesis) debieron formar parte de un antiguo cuadrante solar construido en un muro de la Torre del Castillo.

Consulté con mi gran amigo y colaborador Pierre de la Carrière, reputado enólogo, miembro de la "Confrérie des Tastevin" y gran conocedor de las tradiciones locales, quien confirmó con toda seguridad mis aseveraciones, manifestando que:

a) Los vinos de Château-La-Pompe eran realmente abominables y el paté de trufas de A**, "comme ci-comme ça"

b) Efectivamente, en el Castillo existió un cuadrante solar vertical, que fué destruido en las guerras de la Fronde. Estaba situado en una torre que posteriormente fué arrasada durante las luchas de la Chouannerie, y sus restos utilizados como piedra de construcción en una aldea cercana, que actualmente se denomina Pétanque-la-Boule

c) Solo se conservan unos cuantos sillares y parte del gnomon, como yo había supuesto

Los datos que figuran en los croquis adjuntos son suficientes para reconstruir el reloj y hallar la latitud para el que fué trazado, confirmando mis hipótesis (acertadas, como es usual)

El problema es muy sencillo: ¿podrían los inteligentes lectores reconstruir el reloj? No hace falta decir que el cuadrante es vertical y declinante. - MAXIMO MENDAX -

Solucion al problema de Karl Kugelknopf

A continuación se presenta una primera solución al problema planteado por M. Mendax en el anterior Boletín, referente a la reconstrucción de un reloj horizontal del que solo se conocen dos líneas horarias.

Los únicos datos que pueden deducirse del croquis facilitado por M. Mendax (ver Bol.nº1) son los ángulos que forman dos líneas horarias consecutivas. Si identificamos estas dos líneas podremos reconstruir fácilmente el cuadrante horizontal determinando la latitud para la que fué trazado

Con la notación que se indica en la figura adjunta y llamando φ al ángulo de la latitud y, se obtienen los ángulos α y β

$$OA = 366 \times 260 / (260 - 144) = 820,37$$

$$\operatorname{tg} \alpha = (260 - 144) / 366 = 0,3169 \quad \alpha = 17,585^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = 228 / 820,37 = 0,2779 \quad \beta = 15,533^\circ$$

Hemos determinado los ángulos que forman las líneas horarias BO, AO y EO. Se trata ahora de identificar estas líneas, hallando las latitudes en las que dos líneas horarias formen estos ángulos

Para facilitar los tanteos necesarios se ha dibujado el gráfico siguiente, en el en el que están representados la magnitudes que se indican: LATITUD, en grados. ANGULO DE DOS LINEAS HORARIAS CONSECUTIVAS, grados. COTAS: Hora de los pares de líneas horarias que forman los ángulos anteriores.

Trazando las verticales que corresponden a $17,58^\circ$ y $15,53^\circ$ se observa que las líneas horarias buscadas solo pueden ser las de las 5 h, 4 h y 3 h respectivamente y que la latitud aproximada es ligeramente superior a 50°

Para determinarla con mayor precisión:

Sea τ el ángulo horario, en este reloj horizontal, al que corresponde la hora τ . ($5^h = 75^\circ$ y $4^h = 60^\circ$)

$$\operatorname{tg} \tau = \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} t \quad \tau_1 = 75^\circ \quad \tau_2 = 60^\circ$$

$$\operatorname{tg} \tau_1 = \operatorname{tg} 75^\circ \cdot \sin \varphi \quad \operatorname{tg} \tau_2 = \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin \varphi$$

$$\alpha = \tau_1 - \tau_2 \quad \operatorname{tg} \alpha = \tan (\tau_1 - \tau_2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = (\operatorname{tg} \tau_1 - \operatorname{tg} \tau_2) / (1 + \operatorname{tg} \tau_1 \cdot \operatorname{tg} \tau_2)$$

substituyendo se obtiene la ecuación de segundo grado

$$\sin^2 \varphi - 0,97624 \cdot \sin \varphi + 0,1547 = 0$$

de la cual, resolviéndola, se deducen los dos valores:

$$\sin \varphi_1 = 0,77718 \quad \varphi_1 = 51,0^\circ$$

$$\sin \varphi_2 = 0,19986 \quad \varphi_2 = 11,48^\circ$$

siendo válida únicamente la primera solución, como se observa en el gráfico anterior y se comprobaría

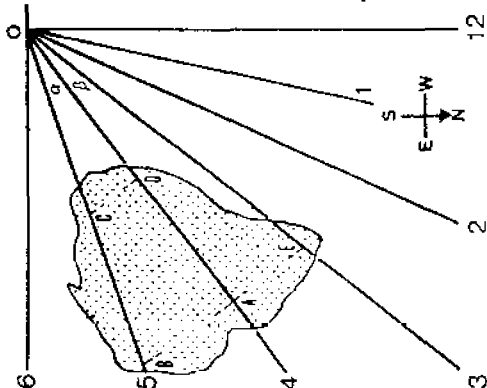
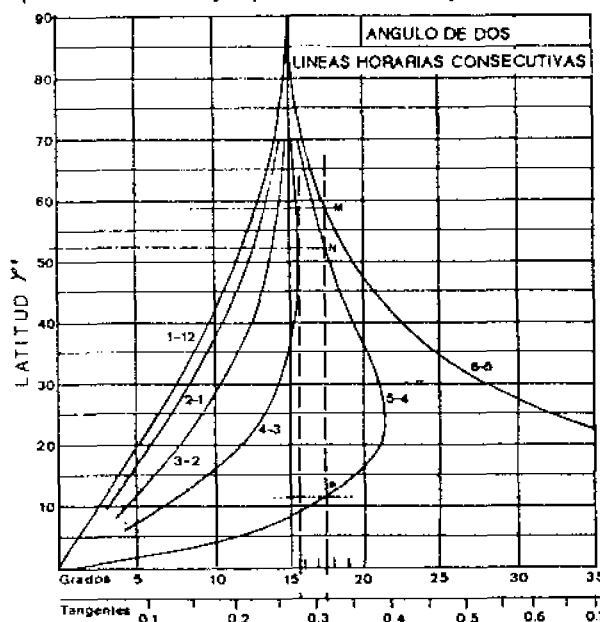
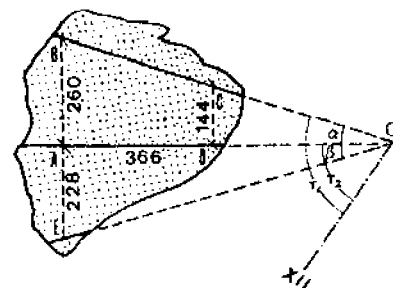
si hallásemos los dos valores de $\sin \varphi$ correspondientes a las líneas horarias de las 4 h y 3 h.

La latitud de Wrokitz debería ser por lo tanto de 51° . Pero esta localidad no existe, por lo menos en la actualidad, en Polonia, Alemania o Checoslovaquia, ni en ninguno de los países donde al parecer sitúa Mendax su narración

Se ha dibujado medio cuadrante horizontal, con la posición de la "piedra Kugelknopf" destacada en el mismo

Prof. SPELUNKA

NOTA: EN LA PAGINA SIGUIENTE SE PRESENTAN OTRAS DOS SOLUCIONES



Solucion al problema de Karl Kugelknopf

OTRAS SOLUCIONES

La solución presentada en la página anterior procede del prof. Spelunka(?). También hemos recibido otras soluciones menos complicadas, de las que publicamos dos: la de A. Angulo y la de G. Ometra. (?)

SOLUCION PRESENTADA POR ANTONIO ANGULO

Para resolver este problema vamos a utilizar el "Semicírculo graduado para el trazado de un reloj horizontal" (que aparece en el número 1 del Boletín) con objeto de identificar las líneas horarias y determinar la latitud con suficiente aproximación.

Calculemos previamente los ángulos de las líneas horarias y dibujemos estas líneas

Colocando el semicírculo sobre las mismas, con su escala graduada en grados de latitud sobre el vértice Q lo movemos en ambos sentidos, tanteando hasta que las rectas OA, OB y OC coincidan con las marcas de las horas enteras, en la graduación de horas.

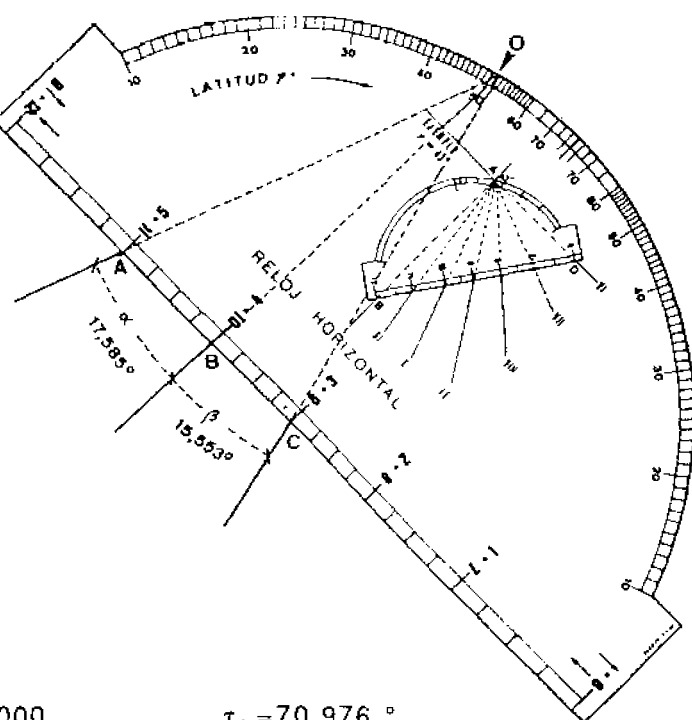
De esta forma se encuentra con rapidez que las líneas trazadas corresponden respectivamente OA a las 5 h, OB a las 4 h y OC a las 3 h

Asimismo hallamos que la latitud φ es cercana a los 51° . Para comprobarlo calculemos el ángulo que formarían en este caso ($\varphi=51^\circ$) las líneas de las 5 y de las 4 horas:

$$\tan \tau_1 = \sin 51^\circ \cdot \tan 75^\circ = 2,9000 \quad \therefore \tau_1 = 70,976^\circ$$

$$\tan \tau_2 = \sin 51^\circ \cdot \tan 60^\circ = 1,3461 \quad \therefore \tau_2 = 53,391^\circ$$

$\alpha = \tau_1 - \tau_2 = 17,585^\circ$, que es exactamente el ángulo que se deduce del dibujo de Kugelknopf. Por consiguiente la latitud de Wrokitz es de 51° y el cuadrante puede ser reconstruido con facilidad.

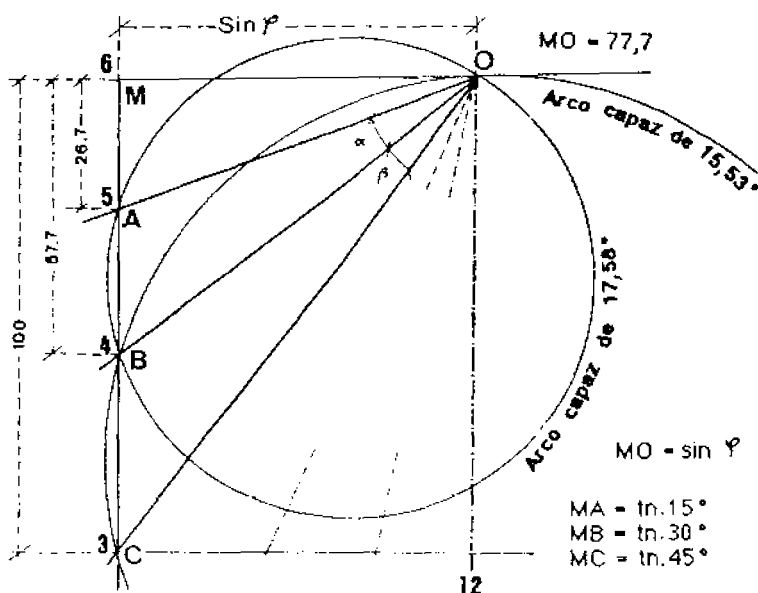


SOLUCION REMITIDA POR GUSTAV OMETRA

El ángulo BOC formado por las líneas horarias BO y CO es superior a 15° , por lo que la línea CO no puede corresponder a las 2 h, 1 h ni 12 h y deberá ser por lo tanto la línea horaria de las 3 h ó de las 4 h. Del ángulo formado por las otras dos líneas se deduce por medio de una sencilla construcción geométrica (no incluida) que la línea BO no puede ser la de las 6 h, luego ha de ser la de las 5 h.

En la vertical MC situemos los puntos A, B y C a las distancias de M que se indican. Por ellos deberán pasar las líneas horarias de las 5, 4 y 3. Como el ángulo AOB es de $15,53^\circ$ y el BOC de $17,58^\circ$, la intersección de los arcos capaces de estos ángulos nos determinan el punto O.

Midiendo OM = $\sin \varphi = 77,7$ obtenemos la latitud: $\varphi = \arcsin 0,777 \approx 51^\circ$.



RELOJES DE SOL BIFILARES

MIGUEL ANGEL HACAR

H Michnik publicó en la *Astronomische Nachrichten* (ver Bol. nº1) un artículo sobre un nuevo tipo de reloj solar que denominó apropiadamente bifilar pues se determina la hora por la intersección de las sombras de dos hilos que se cruzan, sobre un plano. No obstante no aplicó su sistema mas que para un plano horizontal. En el presente artículo M. A. Hacar formula el desarrollo matemático de este tipo de cuadrantes solares con mayor generalidad incluyendo cualquier disposición de hilos, incluso curvos

1. DEFINICIONES

Llamaremos relojes de Sol bifilares a los que determinan la hora solar por la intersección de las sombras de dos hilos sobre una superficie. Los hilos pueden ser rectos o curvos y las superficies planas, curvas o poliédricas.

Consideremos primero que los hilos son rectos y el plano horizontal. Posteriormente trataremos de los hilos curvos

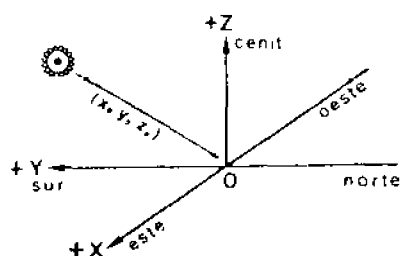
2. NOTACIONES

Indicaremos por:

- ϕ la latitud del lugar
- δ la declinación solar
- t el ángulo horario (medido a partir del paso del Sol por el plano meridiano)
- l la longitud del gnomon, (para simplificar la tomamos a veces como unidad, $l=1$)

3. SISTEMA DE REFERENCIA

Como ejes de coordenadas trirectangulares adoptaremos los que se indican en la figura siguiente:



El sentido positivo del eje OX es hacia el punto cardinal ESTE del plano horizontal. El del eje OY hacia el SUR

4. DIRECCION DE LOS RAYOS SOLARES

Designaremos a sus cosenos directores por x_0, y_0, z_0 , cuyos valores dependen de la latitud del lugar ϕ , de la declinación del Sol δ , y de la hora t por medio de las ecuaciones:

$$(1) \quad \begin{cases} x_0 = -\cos \delta \cdot \sin t \\ y_0 = -\sin \delta \cdot \cos \phi + \cos \delta \cdot \sin \phi \cdot \cos t \\ z_0 = \sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \sin \phi \cdot \cos t \end{cases}$$

puede comprobarse que $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 1$ y que para $z_0 = 0$ $\cos t = -\tan \delta \cdot \tan \phi$ que da para t dos valores iguales y de signo contrario, correspondientes a las horas del orto y ocaso del Sol.

5. ECUACIONES GENERALES DE LOS HILOS. INTERSECCION DE SUS SOMBRAS EN EL PLANO HORIZONTAL

Suponemos los hilos rectos, por lo que vendrán representados analíticamente por la intersección de dos planos. Así tendremos:

$$\begin{cases} P \equiv A x + B y + C z = 0 \\ Q \equiv A' x + B' y + C' z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P' \equiv A'' x + B'' y + C'' z = 0 \\ Q' \equiv A''' x + B''' y + C''' z = 0 \end{cases}$$

como expresión de cada hilo. Los planos que pasan por los mismos son:

$$(2) \quad P + \lambda \cdot Q = 0 \quad P' + \mu \cdot Q' = 0$$

siendo λ y μ parámetros. Si imponemos la condición de que cada uno de estos planos sea paralelo a la dirección del Sol (o sea que la normal de cada plano sea perpendicular a dicha dirección) se tendrá que verificar que

$$(3) \quad \begin{aligned} (A + \lambda A') x_0 + (B + \lambda B') y_0 + (C + \lambda C') z_0 &= 0 \\ (A'' + \mu A''') x_0 + (B'' + \mu B''') y_0 + (C'' + \mu C''') z_0 &= 0 \end{aligned}$$

De (2) y (3) se deduce que la ecuación de los planos buscados es:

$$P/P_0 = Q/Q_0 \quad P'/P'_0 = Q'/Q'_0 \quad (4)$$

o lo que es igual:

$$Q_0 P - P_0 Q = 0 \quad \text{y} \quad Q'_0 P' - P'_0 Q' = 0$$

Indicamos por P_0, Q_0, P'_0, Q'_0 los primeros miembros de las ecuaciones de dichos planos particularizados para $x=x_0, y=y_0, z=z_0$ y el término independiente $D=D'=D''=D'''=0$

La intersección de dichos planos con el horizontal $z=0$ nos da finalmente, como ecuación de las rectas horarias sobre el plano horizontal:

$$[(AB' - BA')y_o + (AC' - CA')z_o] x + [(BA' - AB)x_o + (BC' - CB)z_o] y + [(DA' - AD')x_o + (DB' - BD')y_o] y + [(DC' - CD')z_o] = 0$$

$$[(A''B''' - B''A''')y_o + (A''C''' - C''A''')z_o] x + [(B''A''' - A''B''')x_o + (B''C''' - C''B''')z_o] y + [(D''A''' - A''D'')x_o + (D''B''' - B''D''')z_o] y_o + [(D''C''' - C''D''')z_o] = 0$$

De estas dos ecuaciones lineales se despejarán x e y en función de x_o, y_o, z_o , que siendo a su vez funciones de φ, δ, t , permitirán obtener:

$$x = x(x_o, y_o, z_o) = X(\varphi, \delta, t)$$

$$y = y(x_o, y_o, z_o) = Y(\varphi, \delta, t)$$

$$z = z(x_o, y_o, z_o) = Z(\varphi, \delta, t)$$

Estas son las ecuaciones paramétricas de las curvas (en este caso cónicas), con t como parámetro, que representan la posición de la intersección de las sombras de los hilos, o sea las equivalentes a las trayectorias diarias en un reloj cuadrante horizontal convencional.

6. EJEMPLO DE APLICACION

Supongamos que los hilos tiene la siguiente disposición:

Primer hilo (a): horizontal, a la cota $+h_1$ y paralelo al eje OY

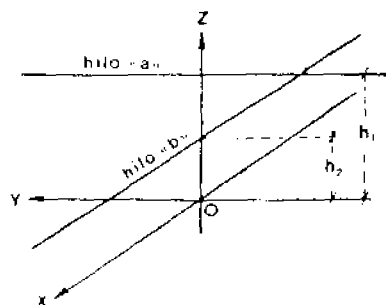
Segundo hilo (b): También horizontal, a la cota $+h_2$ y paralelo al eje OX

Las ecuaciones serán, por consiguiente:

(5)

$$\begin{cases} P \equiv x = 0 \\ Q \equiv z - h_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P' \equiv y = 0 \\ Q' \equiv z - h_2 = 0 \end{cases}$$



De acuerdo con las formulas (4) anteriores las ecuaciones de los planos proyectantes de los hilos (formados por los rayos solares) son:

$$z_o : x - x_o - z + h_1 \cdot x_o = 0$$

$$z_o : y - y_o - z + h_2 \cdot y_o = 0$$

cuya intersección con el plano horizontal $z=0$ da:

$$x = -h_1 \cdot x / z_o$$

$$y = -h_2 \cdot y / z_o$$

substituyendo x_o, y_o, z_o por sus valores indicados en (1) queda finalmente como ecuaciones paramétricas

$$(6) \quad \begin{aligned} x &= h_1 \sin t / [\cos \varphi (\tan \delta \cdot \tan \varphi + \cos t)] \\ y &= h_2 (\tan \delta - \tan \varphi \cdot \cos t) / (\tan \delta \cdot \tan \varphi + \cos t) \end{aligned}$$

Forma implícita: eliminando t entre estas ecuaciones queda, después de efectuar las operaciones necesarias:

$$(7) \quad \begin{aligned} &\tan^2 \delta h_2^2 x^2 - h_1 (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \tan^2 \delta) y^2 - \\ &- 2 h_1^2 h_2 \sin \varphi \cos \varphi (1 + \tan^2 \delta) y - \\ &- h_1^2 h_2^2 (\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \tan^2 \delta) = 0 \end{aligned}$$

y en forma más compacta y adimensional:

(7')

$$\begin{aligned} &(\sin^2 \delta (x/h_1)^2 - \cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta) \cdot (y/h_2)^2 - \\ &- 2 \sin \varphi \cos \varphi (y/h_2) - \sin(\varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi - \delta)) = 0 \end{aligned}$$

que es la ecuación de una cónica cuyas características vamos a determinar a continuación:

Centro

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = [-h \cdot \sin \varphi \cos \varphi] / [\cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta)] \end{cases}$$

$$(8)$$

Asíntotas

Sus coeficientes angulares, o sea las tangentes de los ángulos que forman con el eje OX (Dirección ESTE) son:

$$(9) \quad m = \pm (h_2/h_1) \cdot \sin \delta / \sqrt{[\cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta)]}$$

Por tanto según sea:

$$\begin{aligned} \varphi < 90 - \delta &\quad \text{hipérbola} \\ \varphi = 90 - \delta &\quad \text{parábola} \\ \varphi > 90 - \delta &\quad \text{elipse} \end{aligned}$$

Longitudes de los ejes

Sea $2a$ la longitud del eje real y $2b$ la del eje transversal o imaginario

La longitud del eje real, evidentemente sobre OY, se obtendrá como diferencia de las raíces de la ecuación (7) haciendo en ella $x=0$. Se obtiene una larga expresión, que simplificada da finalmente:

$$2a = [h_2 \sin \delta \cos \delta] / [\cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta)]$$

(10) El otro eje, paralelo a OX tendrá de longitud $2a/m$

$$2b = 2a/m = [h_1 \cdot \cos \delta] / \sqrt{[\cos(\varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi - \delta)]}$$

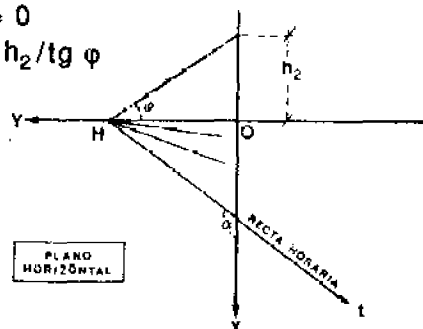
Rectas horarias

Se obtienen eliminando δ entre las dos ecuaciones paramétricas (6), resultando:

$$(11) \quad y = [(-h_2/h_1) / \sin \varphi \cdot \tan t] \cdot x + [h_2/\tan \varphi]$$

rectas que pasan por el punto de coordenadas

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = h_2/\tan \varphi \end{cases}$$



Comparación con el reloj solar ordinario.

Si desplazamos el centro de coordenadas la distancia $-h_2/\tan \varphi$ sobre el eje Y, la ecuación de estas rectas es $y = [(h_2/h_1) \cdot \sin \varphi \cdot \tan t] \cdot x$, o sea

$$x = [(h_1/h_2) / (\sin \varphi \cdot \tan t)] \cdot y$$

que es la ecuación de una recta horaria en un reloj horizontal ordinario, substituyendo la latitud φ por una latitud ficticia φ' tal que se verifique que:

$$\sin \varphi' = (h_1/h_2) \cdot \sin \varphi$$

y que la proyección vertical del hilo E-W diste $h_2/\tan \varphi$

del punto de encuentro de las líneas horarias

Por lo tanto el reloj bifilar es equivalente a un reloj horizontal ordinario trazado para la latitud ficticia φ' anteriormente mencionada.

Además, y esta es la principal aplicación del bifilar horizontal, si hacemos $(h_1/h_2)/\sin \varphi = 1$ escogiendo los valores de h_2 y h_1 de forma que

$$h_1/h_2 = \sin \varphi$$

las ecuaciones de las rectas horarias serán:

$$x = \tan t \cdot y$$

(como en un cuadrante ecuatorial), lo que representa que todas las rectas horarias formarán ángulos iguales entre sí, de 15° . Se facilita así el dibujo del cuadrante y se hace válido para cualquier latitud sin mas que variar la altura de uno de los hilos, h_1 , fijando la altura:

$$h_1 = h_2 \sin \varphi$$

7. EJEMPLO NUMERICO

Tracemos un cuadrante con los siguientes datos:

$$h_1 = 2 \quad h_2 = 1 \quad \varphi = 45^\circ$$

$$\sin \varphi = \sqrt{2}/2 \quad \cos \varphi = \sqrt{2}/2$$

la aplicación de la fórmula (11) nos da:

$$y = -(2/\sqrt{2}) / \tan t + 1$$

que para las diversas horas permite hallar los siguientes valores del coeficiente angular de las rectas horarias

hora	t°	$\pm \sqrt{2}/(2 \tan t)$	hora
XII	0		XII
I	15	2,639	XI
II	30	1,225	X
III	45	0,707	IX
IV	60	0,408	VIII
V	75	0,189	VII
VI	90	0,00	VI

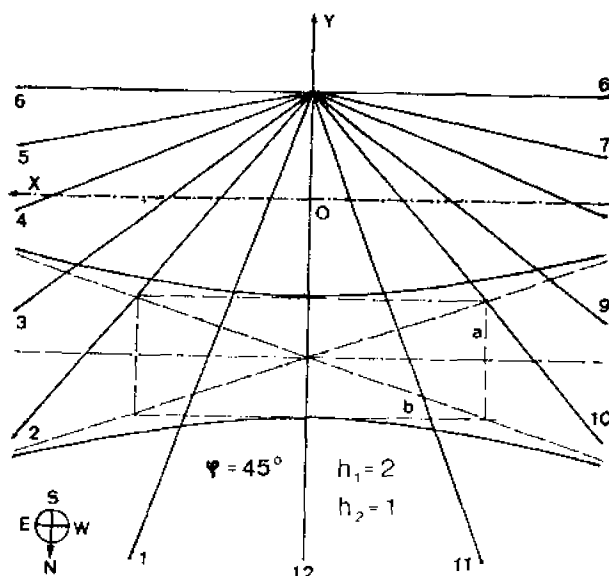
Podemos así trazar las líneas horarias para todas las horas, como se ha hecho en el dibujo siguiente

Como ejemplo de la determinación de los ejes hallemos los de las hipérbolas sosticiales. Con los mismos datos anteriores y para una declinación del Sol $\delta = 23,44^\circ$, obtenemos usando la fórmula (10)

$$2a = (\sin 23,44^\circ \cdot \cos 23,44^\circ) / (\cos 68,44^\circ \cdot \cos 21,56^\circ) = 1,068$$

$$2b = 2 \cdot (\cos 23,44^\circ) / \sqrt{(\cos 68,44^\circ \cdot \cos 21,56^\circ)} = 3,139$$

A continuación figura el trazado del reloj bifilar que se obtiene de los datos y cálculos anteriores:



RELOJ BIFILAR CON HILOS CURVOS

Consideremos, en un reloj bifilar horizontal, dos hilos (1-1') y (2-2') cuya configuración viene expresada por las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = x(\lambda) \\ y = y(\lambda) \\ z = z(\lambda) \end{cases} \quad \begin{cases} x = x(\mu) \\ y = y(\mu) \\ z = z(\mu) \end{cases}$$

los cilindros proyectantes de los rayos del sol de cada uno de los hilos son:

$$[x - x(\lambda)]/x_o = [y - y(\lambda)]/y_o = [z - z(\lambda)]/z_o$$

$$[x - x(\mu)]/x_o = [y - y(\mu)]/y_o = [z - z(\mu)]/z_o$$

su intersección con el plano $z=0$ nos da las líneas

$$|x = x(\lambda) - (x_o/z_o) \cdot z(\lambda) \quad |x = x(\mu) - (x_o/z_o) \cdot z(\mu)$$

$$|y = y(\lambda) - (y_o/z_o) \cdot z(\lambda) \quad |y = y(\mu) - (y_o/z_o) \cdot z(\mu)$$

eliminando λ en una y μ en la otra, quedan:

$$F_1(x, y, x_o, y_o, z_o) = 0 \quad F_2(x, y, x_o, y_o, z_o) = 0$$

como curvas sobre el plano horizontal. Su intersección

$$x = x(x_o, y_o, z_o) \quad y = y(x_o, y_o, z_o)$$

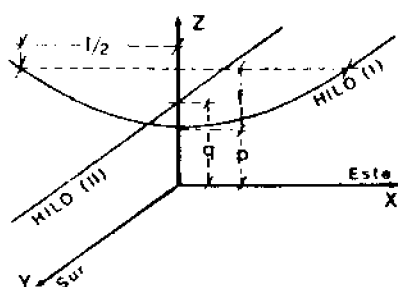
representa las curvas del reloj en paramétricas, ya que x_o, y_o, z_o son funciones de φ, δ, t

Si eliminamos t entre ellas obtendremos estas curvas de modo implícito. Y eliminando δ , las curvas horarias. (Líneas rectas en el caso anterior, de hilos rectos)

Como aplicación se presenta el siguiente ejemplo:

Reloj formado con un hilo pesado y otro recto

Si uno de los hilos fuese muy pesado o de mucha longitud, (por ejemplo una cadena) y el otro recto: estructura rígida o borde de una pared, etc, la figura de equilibrio del hilo curvo es una catenaria, ya que es imposible mantenerlo recto aunque se aplique una tensión elevada a sus extremos, por lo



que es interesante estudiar este caso

La ecuación de la curva catenaria es:

$y = a \cdot \text{Ch } x/a$
(coseno hiperbólico)
siendo a es la base de los logaritmos neperianos $e=2,71828...$

$$\text{Ch } x/a = (e^{x/a} + e^{-x/a})/2$$

Si situamos esta curva en el plano XOZ con su vértice o punto más bajo sobre el eje OZ, a la cota $z=p$, su ecuación sería:

$$z = a \cdot \text{Ch } x/a - a + p$$

En los casos usuales y para mayor sencillez suele adoptarse, subtituyendo a la catenaria, la llamada "parábola equivalente", curva muy aproximada, especialmente en el caso de que la flecha sea pequeña comparada con la longitud de la cuerda y que resulta de tomar solo los dos primeros términos del desarrollo en serie del coseno hiperbólico

$$z = a \cdot [1 + (x/a)^2/2 + (x/a)^4/4 + (x/a)^6/6 + \dots] - a + p$$

o sea, al despreciar los términos de orden superior alsegundo

$$z \approx p + x^2/2a$$

Si suponemos que el hilo está suspendido de apoyos distantes l y que su flecha es f resulta el parámetro $a = (l^2)/8f$ quedando como ecuación del hilo curvo (I)

$$z = p + (4f/l^2) \cdot x^2$$

$$y = 0$$

El hilo recto (II) lo dispondremos horizontal, paralelo al eje OY y cortando al OZ a la altura q .

Su ecuación es:

$$x = 0$$

$$z = q$$

Los rayos proyectantes del Sol (cosenos directores x_o, y_o, z_o) de un punto genérico,

$$x = x_1, \quad y = 0, \quad z = p + (4f/l^2) \cdot x_1^2$$

de la curva (I) vienen representados por la recta $(x - x_1)/x_o = (y - 0)/y_o = (z - (p + (4f/l^2) \cdot x_1^2))/z_o$ cuya intersección con el plano horizontal $z=0$ nos da la curva

$$x = x_1 - (x_o/z_o) \cdot (p + (4f/l^2) \cdot x_1^2)$$

$$y = - (y_o/z_o) \cdot (p + (4f/l^2) \cdot x_1^2)$$

eliminando x_1 entre ambas ecuaciones resulta:

$$(y_o \cdot x - x_o \cdot y)^2 + (l^2/4f) y_o \cdot (z_o y + p \cdot y_o) = 0 \quad (I')$$

que es la ecuación de una parábola cuyo eje tiene por dirección

$$y = (y_o/x_o) \cdot x$$

de un modo análogo, la proyección del hilo (II) sobre el plano $z=0$ es la recta paralela al eje OY

$$x = -q \cdot (x_o/z_o) \quad (II')$$

Las intersecciones de la parábola (I') y la recta (II') para distintos valores de la latitud φ , declinación δ y ángulo horario t (al sustituirlos en x_o, y_o, z_o) resuelven el problema. Fijada una latitud φ , tomando t como parámetro y δ variable obtendremos las líneas horarias y recíprocamente con δ parámetro y variando t las trayectorias diarias. (Las resolventes son de segundo grado)

Continúa esta sección iniciada en el primer número de "Analema" por nuestro colaborador P. Dantillo. En ella se insertan fragmentos de diversos textos literarios en los que se hace alusión a relojes solares.

LITERATURA Y GNOMONICA

El primer texto publicado en esta misma sección del Boletín anterior ha sido aportado por Angel del Campo y Francés. Su autor es FRANCISCO de QUEVEDO Y VILLEGAS (1580-1645)

Trata explícitamente del reloj solar, con una acertada descripción de la "línea bien fijada, a su meridiano y a su altura", lo que permite conocer. "del Sol, la velocísima hermosura" gracias a los números que la "Aritmética" presta a la Geometría. Es una poética y exacta definición del estilo o gnomon y de los numerales de las líneas horarias.

El segundo fragmento pertenece a la comedia de WILLIAM SHAKESPEARE (1564-1616) "As You Like it" traducida como "A vuestro Gusto" por Astrana Marin, que interpreta la palabra inglesa "dial" como reloj de sol, (portátil, evidentemente, puesto que lo saca de su bolsillo)

Citado por Ewans, "Portable Sun-Dials" quien supone que probablemente sería del tipo de anillo

Ampliamos el fragmento que se publicó en el anterior Boletín:

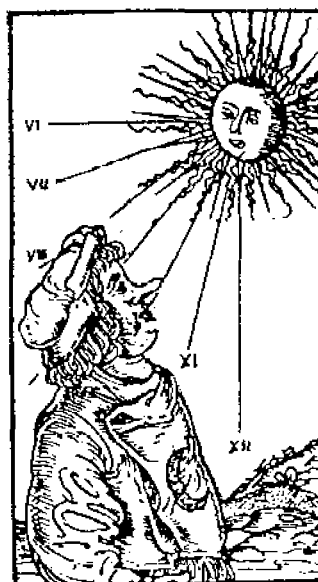
"... Entonces extrajo de su bolsillo un reloj de sol y mirándolo con ojos turbios exclamó muy cuerdamente "Son las diez" Y añadió, "de ahí podemos deducir como marcha el mundo. Hace una hora no eran mas que las nueve y dentro de otra hora serán las once. Así pues de hora en hora maduramos y maduramos. Y luego, de hora en hora, pudrimos y pudrimos, y aquí se acaba el cuento."

Se observa que los personajes de Shakespeare utilizan con igual facilidad y desenvoltura tanto las calaveras como los relojes de sol para sus meditaciones transcendentales o metafísicas.

LA HORA NASO-DENTAL

No es muy usual que para determinar la hora se utilice la sombra que la nariz proyecta sobre los dientes, como jocosamente se nos propone en la narración de un viaje fantástico a la Luna.

Su autor es un famoso personaje, natural de una ciudad del Perigord de la cual tomó su nombre patronímico. Fué, por cierto, un temido espadachín famoso por sus numerosos duelos.



Este relato fué escrito en 1656, pero hasta 1858 no ha sido publicada la primera edición completa de sus obras.

La traducción del francés ha sido hecha por J. Chabàs y Martí y publicada por Calpe en el año 1924

El sistema utilizado para la determinación de la "hora nasal" se explica con detalle en el párrafo que a continuación se transcribe:

".... He preguntado muchas veces en la calle qué hora era y todo el mundo como respuesta abría la boca, apretaba los dientes y volvía de lado la cabeza". "Y no sabíais vos - me replicaron todos los presentes -, no sabíais vos que con esto ya os estaban diciendo la hora ?

" Sinceramente - les repliqué yo - aunque ellos hubiesen estado un año con la nariz al sol habría quedado sin saberlo.-

" Pues es una costumbre - me replicaron - que permite no gastar reloj; porque con sus dientes forman un cuadrante tan exacto que cuando quieren decirle a alguien la hora abren los labios y con la sombra de la nariz, que entonces se produce sobre los dientes, marcan como en un reloj de sol la hora que necesita saber el curioso preguntador.

" Y ahora, para que sepais por qué todo el mundo tiene en este país la nariz grande, os diré que tan pronto como la nodriza se ausenta la madre coge al hijo y lo lleva ante el profesor del Seminario, y al cabo de un año justo..." etc

En el próximo Boletín se ampliará el fragmento de texto anterior, explicando las ventajas de tener una larga nariz, y los muchos y terribles inconvenientes (para los habitantes de la Luna) de ser chato.

P. DANTILLO

RESEÑAS DE PUBLICACIONES

Iniciamos esta Sección en la que se reseñarán los libros, folletos y publicaciones periódicas referentes a Gnomónica que se consideren más interesantes por su contenido o actualidad. E.

Título: ELSQUADRANTS MALLORQUINS
Signatura: PM. 880 -1991 (Dep.Leg.)
Tamaño: 18 x 22 cms.
Páginas: 9
Edita: Conselleria de Cultura, Educació i Esports. Govern Balear
Imprime: Imprenta Politècnica
Idioma: Catalan. Traducción: G Seguí Trobat
Prólogo: Nota del autor
Autor: Rafael Soler Gayá.
Precio: No está a la venta. Puede pedirse a la Conselleria, Sn. Felio 8. Palma de Mallorca

Título: RELOJES DE SOL DE VIZCAYA
Signatura: BI-775 -1990 (Dep.Leg.)
Tamaño: 24 x 24 cms.
Páginas: 84
Edita: Departamento de Cultura de la Diputación Foral de Vizcaya
Imprime: Gráficas Berriz
Idiomas: Bilingüe. Vascuence y Castellano
Prólogo: Tomás Uribeextevarria
Autores: J.M. Satrustegui. J.Luis Basanta. Juan Cordon, y colaboradores
Precio: 1350 pts. (Librerías)

Consiste en un pequeño folleto editado con motivo de la instalación en el Santuario del Lluc, en Mallorca, de un tríptico de relojes solares históricos y modernos proyectados en 1989 por Rafael Soler Gayá, bien conocido en los medios gnomonicistas y autor de un excelente tratado sobre "Diseño y Construcción de Relojes de Sol".

Muestra el diseño de dos relojes de horas históricas: Horas Canónicas y Babilónicas Mallorquinas, así como de otros dos cuadrantes: para tiempo solar Verdadero y para tiempo Medio. Llama la atención la curiosa peculiaridad del cómputo de las horas babilónicas en el país Balear, conocida a través de la "Historia de Mallorca" de Mn. Binimelis:

Cada mes zodiacal se variaba una hora completa, así en los meses equinocciales de marzo y septiembre, los días y las noches tenían ambos doce horas, mientras que en el mes sosticial de junio el día tenía quince horas y la noche nueve, y reciprocamente en el de diciembre el día nueve y la noche quince. No obstante las líneas horarias se continuaban dibujando como rectas para mayor sencillez y así se ha trazado el reloj del LLuc.

Con respecto a los cuadrantes de tiempo solar verdadero, ya en el siglo XVII se construyeron algunos que aún perduran, entre los cuales figura el de Carrossa, en el Término de Artá, datado 1624

Finalmente, explica los términos que designan las horas canónicas y las circunstancias históricas que las motivaron y resume un artículo de Eduard Farré i Olivé, quien glosa "El nombre de la Rosa" de Umberto Eco, en el que cada capítulo hace referencia a una de estas horas canónicas.

El Departamento de Cultura de la Diputación Foral de Vizcaya está publicando una serie de monografías que titula Bilduma-lmitorioak, o sea Colección de Inventarios. El primer título aparecido "Relojería Pública en Bizkaia" trata exclusivamente de relojes mecánicos. En esta Nota se reseña el segundo volumen, cuyo título es "Bizkaiko Eguzki-Erlojuak" o "Relojes de Sol de Vizcaya".

Se trata de una publicación magníficamente editada, con cincuenta y cuatro ilustraciones, la mitad de ellas en color, además de setenta y nueve reproducciones fotográficas de relojes solares y de sus emplazamientos.

El catálogo de relojes es realmente muy completo, obra de unos especialistas tan cualificados en estos temas como Juan Cordon y sus colaboradores, quienes exponen el resultado de una ingente labor de recogida e interpretación de datos.

Pero el libro es mucho más que un simple catálogo. Sus epígrafes "A la Rueda del Tiempo", de José María Satrustegui, en el que trata del folklore y costumbres vascas referentes al tiempo, tanto físico como temporal, y la instructiva síntesis histórica de la evolución de los cuadrantes solares "El Reloj Solar, su historia y Evolución" de José Luis Basanta (que por su parte es autor del libro "Los Relojes de Piedra en Galicia", que reseñaremos próximamente) completan con evidente acierto este exhaustivo inventario, aumentando el interés de esta publicación, excelente tanto por su contenido como por su impecable presentación gráfica

M.L.

LAS NOTICIAS Y COMENTARIOS QUE SE PUBLICAN EN ESTA SECCION SE TRANSCRIBEN BAJO LA EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD DE LOS COMUNICANTES O COMENTARISTAS. EN NINGUN CASO LA ASOCIACION SE HACE RESPONSABLE DE SU CONTENIDO O EXACTITUD

NOTICIAS Y COMENTARIOS

CORRESPONSAL EN PAMPLONA

El Dr. en Medicina D.Baltasar Soteras Elía ha sido nombrado Socio corresponsal de nuestra Asociación en Pamplona. Nos ha remitido valiosa información y fotografías de cuadrantes solares de Navarra y La Rioja. Su dirección es:

Dr. BALTASAR SOTERAS ELIA
Avenida de Zaragoza 8. 31003-PAMPLONA

RELOJ EN COVADONGA

En el pequeño museo que existe en las inmediaciones del Santuario de Covadonga se encuentra una lápida de caliza marmórea que constituye un reloj vertical fechado en 1895. Según una inscripción que aparece en su parte superior se construyó para regular las horas de asistencia al coro. Si alguno de nuestros asociados tiene más información sobre este cuadrante le rogamos que lo comunique a esta Asociación

COMENTARIOS SOBRE NOMENCLATURA

Hemos recibido los primeros comentarios y sugerencias sobre normalización y nomenclatura de términos y notaciones usadas en Gnomónica, entre ellos los de R. Soler Gayá, J. Velilla y otros. En líneas generales coinciden con las que están en preparación por la Comisión que se ocupa de este tema. Oportunamente será publicado un resumen de las propuestas de esta Comisión de Nomenclatura

CUADRANTE SOLAR EN SANTO DOMINGO

Según nos comunica Jesús de la Calle existe en la Capital de la República Dominicana un reloj vertical declinante, con doble cuadrante.

En el pedestal que lo soporta se encuentra una lápida con la siguiente inscripción:

RELOJ SOLAR

CUADRANTE SOLAR
EDIFICADO EL AÑO 1753
SIENDO GOBERNADOR
DE ÉSTA ISLA DE LA ESPAÑOLA
EL BRIGADIER
D.FRANCISCO RUBIO Y PEÑARANDA
1929

APORTACION ECONOMICA

Tenemos la satisfacción de comunicar que D. José Antonio García-Diego y Ortiz, fundador y Presidente de la "FUNDACION JUANELO TURRIANO" ha contribuido a la financiación de nuestro Boletín con una importante aportación económica a

Agradecemos vivamente su desinteresada contribución a la difusión de nuestra Sociedad.

PUBLICACION

La revista "Tribuna de Astronomía" publicará próximamente un artículo dedicado a la historia de los relojes solares y su desarrollo y difusión en España.

RELOJ SOLAR EN CORDOBA

José María Vizcaino Muñoz nos ha entregado varias excelentes fotografías del magnífico reloj solar vertical construido en una fachada del edificio de la Diputación de Córdoba. Dadas sus grandes dimensiones ha sido posible inscribir las curvas para la determinación del tiempo medio, evitando la difícil lectura que suele producirse con las mismas en los de menor tamaño.

NUEVO TRATADO DE GNOMONICA

Acaba de aparecer el libro de Jorge Domenech Romá "RELOJES DE SOL". (Edit. Aguacilar), que será reseñado oportunamente en nuestro Boletín.

DOMICILIO SOCIAL

Deseamos expresar nuestro agradecimiento al Director de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Madrid, por la ayuda prestada al permitirnos amablemente la utilización de la dirección postal de su Escuela, fijando en ella nuestro Domicilio Social, así como por la cesión de aulas y locales para reuniones y asambleas.

Pero, respondiendo a algunas preguntas que nos han sido repetidamente formuladas, debemos aclarar que nuestra Asociación no tiene ninguna dependencia o vinculación funcional o económica con dicha Escuela, ni con ninguna otra organización estatal, municipal o de la Comunidad.

RESUMEN DE LOS ARTICULOS PUBLICADOS EN ESTE BOLETIN

NOTA: LOS ARTICULOS FIRMADOS CON SEUDONIMO O CUYO
AUTOR NO SEA CONOCIDO SE SEÑALAN CON EL SIGNO (?)

Página

3/3

Propuesta para un Hito Solar en Estepona J.J. CAURCEL

Por encargo de una entidad bancaria y para su complejo residencial en Estepona, (Málaga) se ha proyectado construir un HITO SOLAR, señal monumental que sirva de identificación y atracción hacia el conjunto residencial.

Presenta el autor una nota en la que explica la génesis de las ideas que han conducido a la redacción de una propuesta para elevar un obelisco que formará un excepcional reloj solar de grandes dimensiones.

4/4 **Determinación del seno de un ángulo sin utilizar tablas trigonométricas** M. LOSOT (?)

El subtítulo de este artículo es APLICACION AL TRAZADO DE UN RELOJ HORIZONTAL. En realidad es una continuación de un artículo análogo, publicado en el número anterior del Boletín. En él se exponen dos fórmulas lineales que permiten la determinación, con suficiente aproximación, del seno de un ángulo, y que se utilizan para el trazado muy rápido de un cuadrante horizontal, sin emplear tablas ni círculos graduados. Incluye un ejemplo en el que se dibuja un reloj para la latitud de 29 grados.

5/10 **Cálculo y dibujo de un reloj analemático sobre un plano cualquiera** LUIS HIDALGO

En este detallado escrito se expone un método para trazar un reloj analemático en un plano cualquiera, generalizando así las conocidas construcciones que se aplican en el plano horizontal. Esencialmente consiste en determinar la latitud y longitud geográfica en las que el plano del horizonte sea paralelo al plano dado, en dicho lugar se dibuja un reloj analemático convencional. Detalla y explica las fórmulas de paso que permiten hallar estas nuevas coordenadas y finalmente da las instrucciones para el dibujo de las elipses y posicionamiento del gnomon.

11/12 **Horas Babilónicas e Itálicas** JAIME VELILLA

Se define en este artículo el concepto astronómico de las horas históricas Babilónicas e Itálicas, aclarando que sus líneas horarias son las proyecciones sobre el plano del cuadrante de un círculo máximo de la esfera celeste que acompaña al Sol en su movimiento diurno. Este círculo coincide con el del horizonte en el momento del orto y del ocaso solares, quedando así definido. El plano móvil determinado por el mismo es siempre tangente a un cono de revolución cuyo eje es el eje celeste, su intersección con el plano del reloj determina las diversas rectas horarias, que son por lo tanto tangentes a una cónica, lo que permite efectuar el trazado de estas líneas, por varios procedimientos que no detalla.

Acompaña a las ilustraciones del texto, como ejemplo de un cuadrante de horas itálicas y babilónicas, vertical y declinante, un pequeño dibujo del reloj del Monasterio del Paular.

13/15 **Narraciones Gnomónico-Arqueo-Lógicas** MAXIMO MENDAX (?)

En esta tercera narración plantea Mendax, con su pintoresco estilo literario, un problema que consiste en la reconstrucción de un reloj solar vertical declinante del que se conocen solamente los ángulos que el gnomon forma con la subestilar y el de esta línea con la vertical., datos que pueden deducirse de los restos arqueológicos que reseña.

Incluye también tres soluciones al problema planteado en la segunda narración (La piedra de Karl Kugelknopf) que figura en el número anterior del boletín. Una de ellas muy ingeniosa, de Antonio. Angulo utiliza el semicírculo graduado publicado en el Boletín nº 1, para la determinación de las horas que corresponden a las tres líneas horarias, definidas en este caso por los dos ángulos que forman entre sí.

16/19

Relojes de Sol Bifilares

MIGUEL ANGEL HACAR

Generaliza el autor el cálculo de las líneas horarias del reloj bifilar de Michnik, planteando las ecuaciones para un plano cualquiera y unos hilos curvos. Presenta un ejemplo de hilos rectos y plano horizontal y finalmente resuelve las ecuaciones generales para el interesante caso de hilos curvos en forma de catenaria, que se presentaría en un reloj monumental de grandes dimensiones o en el caso de que los hilos estuviesen formados por cadenas muy pesadas. Incluye cuatro figuras aclaratorias de las fórmulas utilizadas. No se ha incluido en el texto publicado el caso de hilos rectos inclinados, que también ha sido desarrollado por el autor de este artículo y presenta como ejemplo.

20/20

Literatura y Gnomónica

P. DANTILLO (?)

En este artículo se aclara la personalidad de los autores de los textos insertados en el primer número del Boletín. (Quevedo y Shakespeare) y se amplía con un nuevo fragmento literario de una narración que denomina "La hora Naso-Dental", incluyendo la reproducción de un supuesto grabado contemporáneo a la narración, 1656 (En realidad es una composición del editor)

21/21

Reseñas de Publicaciones

EDITOR

Se inicia esta sección con la reseña de dos interesantes folletos "Els quadrants mallorquins" de R. Soler Gayá, publicado por la Conselleria de Cultura, Educació y Esports del Govern Balear, y "Relojes de Sol de Vizcaya", catálogo editado por el Departamento de Cultura de la Diputación Foral de Vizcaya

22/22

Notas y Comentarios

REDACCION

En esta nueva sección se recogerá un resumen de noticias, comentarios y notas que sean remitidas por nuestros lectores o colaboradores así como las comunicaciones de funcionamiento interno de la Asociación, para conocimientos de nuestros asociados. Se inicia con unas noticias sobre la localización de algunos relojes solares, publicación de un nuevo libro sobre Gnomónica, aclaraciones sobre el domicilio social de la Asociación, y aportaciones económica de una Fundación privada.

LA ASOCIACION DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL NO SE HACE RESPONSABLE DEL CONTENIDO DE LOS ARTICULOS PUBLICADOS EN ESTE BOLETIN. SU REPRODUCCION ESTA PERMITIDA CITANDO SU PROCEDENCIA, EXCEPTO EN LOS CASOS EN LOS QUE SE MENCIONE LA EXISTENCIA DE DERECHOS DE AUTOR, ©, O CUALQUIER OTRO IMPEDIMENTO LEGAL, DE ACUERDO CON LAS LEYES INTERNACIONALMENTE ACEPTADAS

PARA ASUNTOS RELACIONADOS CON LAS PUBLICACIONES DE ESTA ASOCIACION, INCLUSO ESTE BOLETIN, PUEDE DIRIGIRSE LA CORRESPONDENCIA AL DOMICILIO SOCIAL O BIEN A LOS SIGUIENTES ASOCIADOS, QUE FORMAN PARTE DEL COMITE DE PUBLICACIONES.

BIBLIOGRAFIA.....	JESUS DE LA CALLE	PASEO YESERIAS 11	28005-MADRID
PRESIDENCIA.....	LUIS HIDALGO	Pz. PABLO GARNICA 1	28030-MADRID
PUBLICACIONES.....	MANUEL LOMBARDERO	ISAAC PERAL 48	28040-MADRID
TESORERIA.....	JAIME VELILLA	STA. FELICIANA 14	28010-MADRID

ABSTRACTS

Propuesta para un Hito Solar en Estepona. -(Proposal for a Solar Landmark at Estepona) by J.J. Caurcel. At a rearranged Residential Zone.(Estepona, near Marbella) a landmark has to be erected. The author proposes a tall and slender tower 91 meters high, that will be used as a identifying mark and also as a solar obelisk, in the best of old traditions

Determinación del seno de un ángulo sin utilizar tablas trigonométricas -(How to find sinus of an angle without using trigonometrical tables) by M. Losot(?) The subtitle of this article is "APPLICATION TO AN HORIZONTAL SUNDIAL". Two very simple formulas for calculate the sinus of the latitude angle are displayed. These formulas allow to design an horizontal dial with the only help of a graduated ruler. An application exemple (Sundial for 29 degrees latitude) is included

Calculo y dibujo de un reloj analemático sobre un plano cualquiera -(Design of an Analematic Sundial on any plane) by L. Hidalgo. Usual analematic dials are always set on horizontal planes. The author exposes a method in order to design such dials in any plane. His system consists of a virtual paralel displacement of the dial plane to the Earth point where it becomes horizontal. He determines the geographic coordinates of this point, and explains how this equivalent dial must be modified when returned to the original place.

Horas Babilonicas e Itálicas. (Babylonian and Italian Hours) by J. Velilla. The astronomical concept of those historical hours is explained. The hour-lines are the projections of a great circle of the celestial sphere on the dial plan. This circle coincides with the horizon at sunrise and sunset and turns with the sun in his daily rotation. It determines a plane which is always tangent to a revolution cone, whose axis ist the celest one. Its intersection with the dial plane are the hour-lines, tangents to a conic,(wich evidently is the intersection of the cone surface with the dial). Some exemples of the correspondence between italian and babylonians lines and the usual hour-lines of a ordinary dial are shown, and a drawing of the vertical sundial of the "El Paular" Monastery is displayed

Narraciones Gnomonico-Arqueo-Lógicas -(Gnomic-Arcaeological stories) by Max Mendax(?) Under this epigraph we find a new problem, set by Maximus Mendax,through an fiction story : "The Château-la-Pompe Sundial." It deals with the reconstruction of a vertical sundial, starting from two ashlar stones and scarce rests of the gnomon.. Also three solutions to the previously set problem (The Karl Kugelknopf stone) are included

El reloj de Sol Bifilar -(Bifilar Sundials) by M.A. Hacar. Michnik's Bifilar Dial equations are calculated only for horizontals dials and straight, horizontal threads In this article extension is made to an arbitrary plane and curved or non paralel threads, the generals equations to determinate the hour-lines and daily trajectories are given (but noy always resolved in every instance)

Literatura y Gnomónica. (Gnomonics and Literature) by P.Dantillo (?) In the firsts issue of this Bulletin were inserted two fragments of literary texts, the reader ought guess its authors names. Now these names are unveiled (Quevedo and Shakespeare) and a new fragment of a French writer is presented . Its improbable Title: "The Nose-Toothed Dial" !

Resumen de publicaciones. (Publications report) by Editor. A new section begins, with the summary of two interesting brochures "Els Quadrants Mallorquins" by R. Soler, in the Catalan language, and "Relojes de Sol de Vizcaya", ("Bizkaiko Eguzki Erlojuik"), bilingual edition by the Diputación Foral de Vizcaya or Bizkaiko Foru Aldundia, in Basque language

Notas y Comentarios (Notes and Remarks) An usual section in every Bulletin, but this one was lacking of it. It will be filled with gnostic news, short commentaries, sour complaints and even savoury gossip. All readers are invited to contribute his little grain of sand. (or maybe his huge boulder !)

