

ANALEMA

BOLETIN DE AMIGOS DE LA ASOCIACIÓN DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- | | |
|--|--|
| 3 DECÁLOGO | Editor |
| 4 RELOJES CÓNICOS ROMANOS | Manuel Lombardero y Manuel M ^a Valdés |
| 8 COMENTARIOS SOBRE LA FORMA
DEL RELOJ ROMANO DE MÉRIDA | Alessandro Gunella |
| 11 SOBRE EL DISEÑO DE LA FORMA DE LOS
RELOJES DE ALTURA REGIOMONTANO
Y CAPUCHINO | M. Milenio |
| 15 DECLINACIÓN MAGNÉTICA
PARA EL AÑO 2000.5 | Jesús de la Calle |
| 16 ESCUDO CASTIL DE PEONES | José Manuel del Campo |
| 19 RELOJ DE MÉRIDA | Manuel M ^a Valdés |
| 20 NOTAS Y COMENTARIOS I | Amd. Jdíc. Mls. |
| 21 CASA DE NAVASCUÉS | M. Losot |
| 23 ERASE QUE SE ERA ... TRES PUNTOS | Víctor Pérez Villar |

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol fue creada en Abril de 1988. Figura en el Registro de Asociaciones con la referencia N-18685. Su Junta Directiva está formada actualmente por: LUIS HIDALGO VELAYOS, Presidente; JACINTO DEL BUEY PÉREZ, Vicepresidente; MANUEL LOMBARDEO SOTO, Secretario General; ANTONIO DE VICENTE CANDEIRA, Tesorero; JESÚS DE LA CALLE MONTES, M. ÁNGEL HACAR BENITEZ, MANUEL MARÍA VALDÉS CARRACEDO, BALASAR SOTERA ELÍAS, Vocales; JUAN JOSÉ CAURCEL MORAN, ANTONIO ANGULO ALVAREZ, JAVIER MORENO BORES, Asesores.

La Asociación constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, geográficos y matemáticos relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, revisión y emplazamiento de Relojes de Sol y otros instrumentos astronómicos análogos.

Para el cumplimiento de estos fines se celebran reuniones periódicas, se mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y se publica un Boletín Informativo cuatrimestral denominado ANALEMA. Ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Información bibliográfica. Fondo con más de dos mil entradas referentes a Gnomónica
- Cálculo y trazado de cuadrantes y relojes solares, a petición de sus asociados o de cualquier entidad pública o privada.
- Reseña de libros y tratados de Gnomónica.
- Traducción y revisión de artículos de revistas o boletines o publicaciones sobre estos temas.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares o instrumentos semejantes.
- Comprobación y datación de cuadrantes antiguos.

Estos servicios son prestados por la Asociación a título gratuito - o en casos especiales a coste estricto - a las personas o asociaciones que así lo soliciten y sean presentadas por algún socio. En todo caso los servicios de asesoramiento son totalmente gratuitos para las entidades culturales.

Para obtener la condición de Asociado es necesario, de acuerdo con los Estatutos, la presentación por dos Socios de la persona interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación, en concepto de cuota anual, es fijada libremente por el propio interesado, pudiendo ser nula si este así lo desea. No obstante, para recibir el presente Boletín y el resto de las publicaciones de la Asociación, deberá aportar una cuota mínima equivalente a los gastos de envío.

Los artículos o notas publicados en este Boletín pueden ser reproducidos y utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que expresamente se indique la existencia de derechos de autor o cualquier otro impedimento legal.

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol no se hace responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, tablas, ni de cualquier otra información contenida en los Boletines ni en ninguna de sus publicaciones colectivas. Agradece cualquier tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida al autor del escrito y publicada en el Boletín si, a juicio, de la junta, su interés o generalidad lo hiciese conveniente.

Se reserva el derecho de adaptar, resumir o editar, con el conocimiento previo del autor, los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de cinco folios, salvo que su contenido, por su interés y continuidad aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de opúsculo o separata del Boletín.

Publicamos a continuación un "Decálogo" que resume los principales mandamientos de la Ley del Gnomon, cuyos preceptos deben ser seguidos fielmente por todos sus adeptos para poder alcanzar la Beatitud Gnomónica. Han sido puntualmente recopilados de las enseñanzas de grandes profetas por A.Gunella, MM.Valdés, M. Milenio y otros, y publicados por el Editor en sustitución de su acostumbrado "Editorial"

M.L.

DECÁLOGO DEL GNOMONISTA

- 1. Solo venerarás a Vitruvio, siguiendo las enseñanzas de sus Profetas, como Regiomontanus, Clavius, o Bédos**
- 2. No emplearás el Analema de Vitruvio sin motivo.**
- 3. Seguirás fielmente las enseñanzas de los Padres de la Gnomónica, por confusas que parezcan, sin caer en la tentación de inventarlas de nuevo.**
- 4. No contaminarás la lectura del Tiempo Verdadero mediante el uso de abominables artilugios mecánicos o electrónicos**
- 5. El verdadero Gnomonista no escuchará a los demás, sólo ha de oírse a sí mismo.**
- 6. No intentes interrumpir al Gnomonista que esté exponiendo sus ideas, no lo lograrás. Si te es posible ... huye**
- 7. El Gnomonista bisoño deberá respetar al experto, aunque siempre espera poderle plantear un problema que éste no sepa resolver**
- 8. El Gnomonista experto tiene un sagrado terror del novato, porque teme sus heréticas preguntas.**
- 9. No preguntarás a la mujer del Gnomonista qué piensa de esta disciplina. Recibirías una contestación airada y posiblemente llena de palabras torpes y gruesas**
- 10. Aunque las bases de la Gnomónica fuesen ya conocidas por las más antiguas civilizaciones, sus preceptos sólo son propagados entre los Iniciados cuando aparecen en los Libros de un Maestro (preferentemente francés y del siglo XVIII)**

NOTA "Bisoño", del italiano *bisogno* (necesito) es una locución española para señalar al "novato". Designaba a los soldados de los Tercios de Italia que, recién llegados, entraban en sus alojamientos con una larga secuencia de peticiones:

Bisogno.....

Bisogno.....

Bisogno.....

RELOJES CÓNICOS ROMANOS

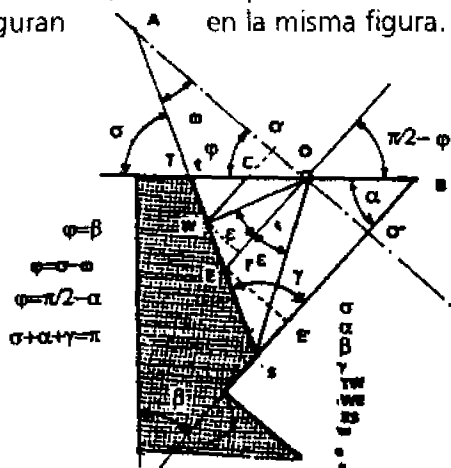
Manuel Lombardero y Manuel M^a Valdés

PREVIO

El grupo más numeroso de los relojes greco-romanos conservados hasta la época actual (o de los que se guardan descripciones fidedignas) está formado por relojes de tipo cónico. Se admite que sus formas cumplen las siguientes reglas:

- la superficie en la que se tallan las líneas horarias es un cono (superficie reglada y desarrollable).
- la cara superior es paralela al plano del horizonte
- el eje del cono es paralelo al eje de la Tierra
- la cara delantera es paralela al plano del ecuador y por tanto perpendicular al eje del cono. Los círculos de sombra solsticiales y equinociales están contenidos en planos también paralelos al del ecuador.
- el extremo de la varilla indicadora, que llamaremos gnomon, está contenido en el plano del horizonte (cara superior).
- el ángulo en el vértice del cono puede ser cualquiera, siempre que su superficie corte al macizo del reloj.
- las líneas horarias se trazan dividiendo los círculos de sombra solsticiales y equinociales en doce partes iguales y uniendo los puntos resultantes.

Con la nomenclatura de la figura adjunta (nº 1), tomada del Gibbs Sharon, se cumplen las sencillas relaciones que figuran en la misma figura.



- a) el borde de la cara delantera es un círculo
- b) el borde de la cara superior es una cónica: hipérbola si $\omega > \phi$, parábola si $\omega = \phi$
- y finalmente elipse en el resto de los casos.

- c) las parejas de líneas horarias simétricas respecto al plano meridiano se deben cortar en la generatriz del cono definida por el plano de simetría del reloj (meridiano) y a unas distancias del plano del horizonte que para $\phi = 40^\circ$ y $\omega = 30^\circ$ varían entre 0.07 y 0.21 del valor de r (fig.-) tomado como módulo de las medidas del reloj.
- d) los segmentos WE y ES se deben ver desde el gnomon con ángulos iguales a la inclinación de la eclíptica que se supone de 24° en todos los relojes greco-romanos.

Los relojes que se ajustan a estos cánones se pueden considerar ortodoxos.

RELOJ (aparentemente) CÓNICO de MAZARRACÍN

HALLAZGO

Este monumento apareció en una cantera de arena situada en las inmediaciones de Toledo (España).

La roca sobre la que se asienta la actual ciudad de Toledo [Toletum] fue habitada desde los más remotos tiempos hasta nuestros días a causa de su excepcional situación geográfica. En época romana fue una importante ciudad centro de una región densamente poblada en la que se pueden encontrar numerosos restos de la vida romana. Entre las numerosas villas que florecieron en las vegas de los ríos y arroyos que vierten al río Tajo. Se hallaba una en el curso del arroyo de Mazarracín, que ha sido excavada recientemente.

Aguas abajo del emplazamiento de esta villa apareció un reloj de sol con muestras de haber sido reutilizado como sillar de un muro.

ESTADO de CONSERVACIÓN

Su estado de conservación es aceptable. Los dos ángulos superiores están rotos, como es habitual en muchos de los relojes de este tipo.

La talla de la piedra caliza, muy abundante en la zona, es tosca e irregular. Las medidas que se consignan tienen sólo un valor personal, pues no es fácil establecerlas con precisión, dada la burda forma de las caras.

LÍNEAS HORARIAS

Once líneas horarias y un círculo llenan la cara del reloj. Las líneas concurren en la base de la

(Toledo tiene una latitud de 40° N.). Esta hipótesis es, por tanto, inadmisibile.

COMENTARIO

Puede comprobarse que la superficie de la cara del reloj es reglada, es decir una regla se puede apoyar sobre ella, siempre dentro de los límites que supone la rugosidad de la talla. Si la suponemos engendradora por una recta que se apoya en dos círculos del mismo radio se asemejaría a un cilindro de sección recta elíptica. La pequeñez del área y la tosquedad de la talla no permiten definir con precisión el tipo de

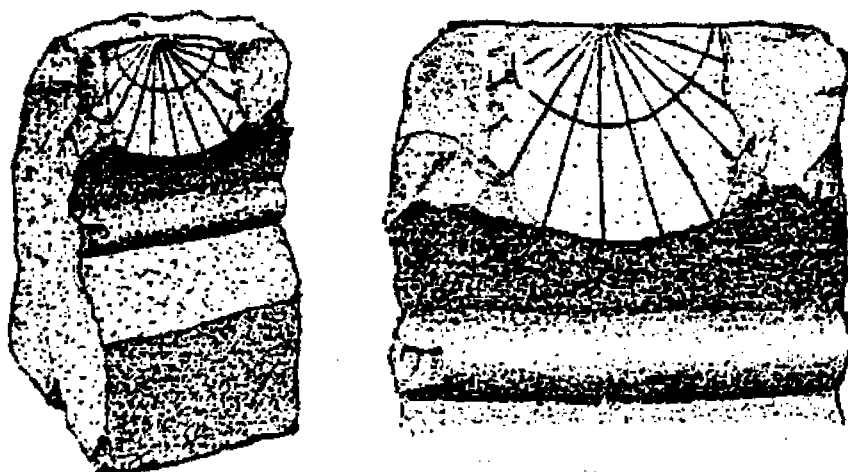


Figura 2 RELOJ DE MAZARRACÍN

varilla cuyo extremo es el gnomon; por tanto, si la varilla era horizontal, la hora podía leerse por medio de la sombra de la varilla entera y no sólo con la del gnomon. Esta disposición incumple la condición c) de las relacionadas en el prólogo. Aparentemente la separación angular es igual para todas ellas

CÍRCULOS de SOMBRA

El único círculo que aparece tiene su centro en el pie de la varilla. La posición del centro se aparta de cualquier regla gnomónica conocida.

LÍMITES de las CARAS SUPERIOR y DELANTERA

Los trozos de estas caras que se han conservado no tienen un tamaño suficiente para poder definir con seguridad las curvas que se producen al seccionar la superficie generatriz. Aparentemente las dos son arcos de círculo, de radio variable entre 122 y 125 mm en la cara superior y entre 117 y 127 mm en la cara delantera. Pudiera muy bien ser 6 dedos la medida original.

ÁNGULO de la CARA DELANTERA

El ángulo de la cara delantera debería indicar la latitud de cálculo, si fuera perpendicular al eje del cono. Las medidas tomadas fijan este valor en 29° N.

superficie.

El círculo de sombra supone también una irregularidad gnomónica. Las líneas horarias concurren en la base de la varilla, punto que tampoco es admisible en una correcta gnomónica.

Nos encontramos con un reloj heterodoxo. Sólo podemos suponer cuales pueden ser las causas de estas anomalías. Podemos pensar en unas reglas simples, olvidando la precisión, que consistirían en elegir un ángulo de tangente $9/5$ para el ángulo agudo de la piedra. Trazado un círculo de radio 7 dedos en cada una de ellas, el cantero rebajaría la piedra guiándose con una regla recta. Dividido el corte de la cara inclinada en doce partes iguales

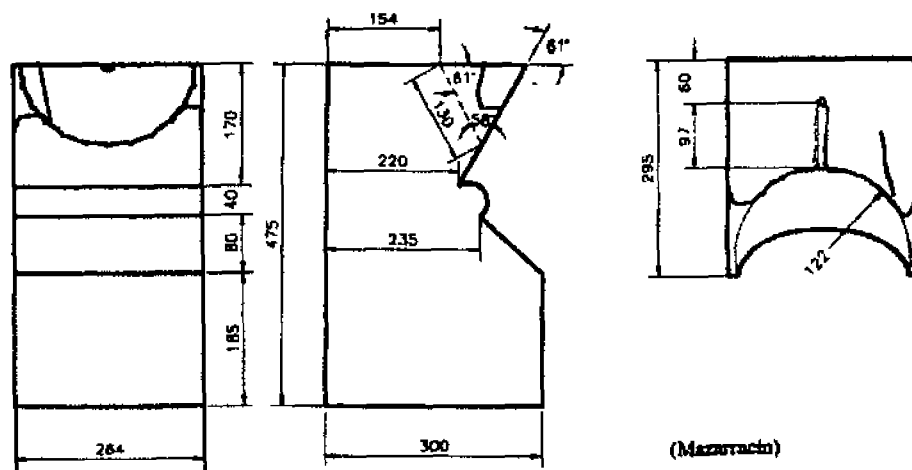
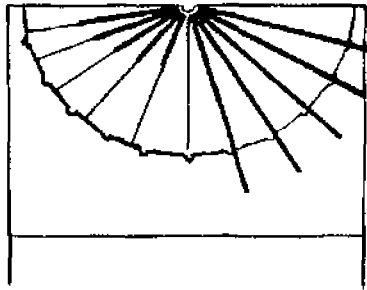


Figura 3 RELOJ DE MAZARRACÍN MEDIDAS

uniría estos puntos con la base de la varilla. Con este punto como centro trazaría un círculo que no podemos saber como se utilizaba.

Naturalmente la secuencia de trabajo anterior es una pura hipótesis. Aunque la supongamos correcta tampoco podemos saber si se trata de una regla simplificada para que un cantero cualquiera pudiera tallar un reloj o si era el trabajo de un artista no iniciado en la gnomónica que imitaba una forma que recordaba de memoria sin saber ninguno de los principios de funcionamiento de un reloj de sol.



(Segóbriga)

Figura 4. PRECISIÓN DE LECTURA DE LA HORA

En la fig.-3 se dibujan las sombras de una varilla horizontal en los solsticios de invierno y verano. Podemos ver que en verano la aproximación es muy buena mientras que en invierno el error es del orden de media hora.

RELOJ (aparentemente) CÓNICO de SEGÓBRIGA

HALLAZGO

Este monumento apareció, en el año 1972, entre los cimientos de un pequeño templo que se encuentra en el centro cívico de Segóbriga (39° 53' N.) entre el Teatro y el Anfiteatro. Hoy se guarda en el Museo Provincial de Cuenca (España)

Las ruinas de Cabeza del Griego son el solar donde se asentó la importante ciudad de Segóbriga (en ibérico "ciudad fuerte de la Victoria"). La ciudad celtibérica estaba rodeada de una muralla que se conserva en parte y sobre ella se instaló la ciudad romana que fue asolada por Aníbal.

ESTADO de CONSERVACIÓN

Su estado de conservación es aceptable. Los dos ángulos superiores están rotos, como es habitual en muchos de los relojes de este tipo.

La talla de la piedra caliza, muy abundante en la zona, es tosca e irregular. Las medidas que se consignan tienen sólo un valor personal, pues no es fácil establecerlas con precisión, dada la burda forma de las caras.

LÍNEAS HORARIAS

Once líneas horarias y un círculo llenan la cara del reloj. Las líneas concurren en la base de la varilla cuyo extremo es el gnomon; por tanto, si la varilla era horizontal, la hora podía leerse por medio de la sombra de la varilla entera y no sólo con la del gnomon. Esta disposición incumple la condición c) de las relacionadas en el prólogo. Aparentemente la separación angular es igual para todas ellas

CÍRCULOS de SOMBRA

No existen

LÍMITES de las CARAS SUPERIOR y DELANTERA

Los trozos de estas caras que se han conservado no tienen un tamaño suficiente para poder definir con seguridad las curvas que se producen al seccionar la superficie generatriz. Aparentemente las dos son arcos de círculo, de radio variable entre 158 y 174 mm en la cara superior y entre 122 y 138 mm en la cara delantera. Pudieran muy bien ser 8 y 7 dedos las medidas originales.

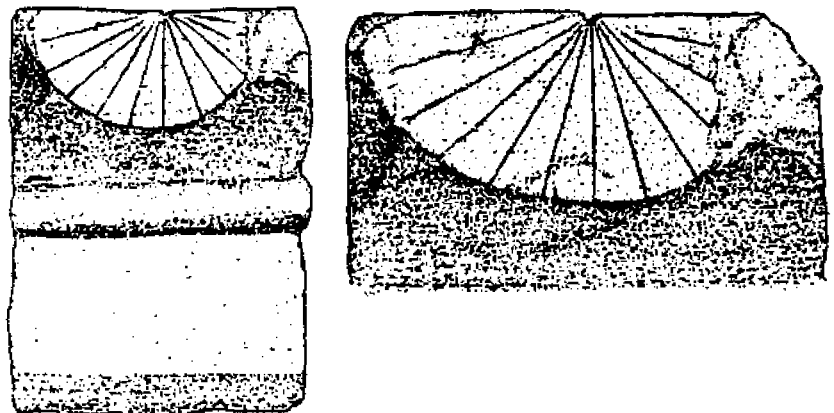
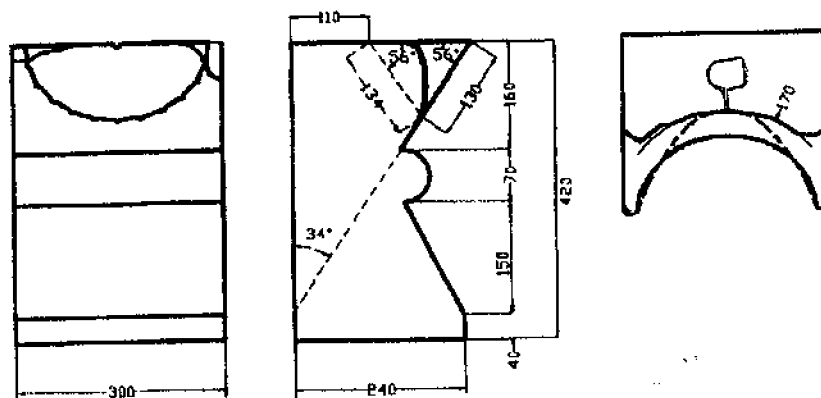


Figura 5 RELOJ DE SEGÓBRIGA

ANGULO de la CARA DELANTERA

El ángulo que forma la cara delantera con el plano horizontal, que debe indicar la latitud de diseño, es de 34° . Como Segóbriga tiene una latitud aproximada de 40° N se comprueba una irregularidad en el trazado.



COMENTARIO

Figura 6 RELOJ DE SEGÓBRIGA MEDIDAS

Puede comprobarse que la superficie de la cara del reloj es reglada. La pequeñez del área y la tosquedad de la talla no permiten definir con precisión el tipo de superficie.

Nos encontramos ante un reloj anómalo. Sólo podemos suponer cuales pueden ser las causas de las anomalías. Podemos pensar en unas reglas de talla análogas a las indicadas para el reloj de Mazarracín.

Si trazamos las sombras de una varilla horizontal, encontramos una situación análoga a la descrita en el reloj de Mazarracín.

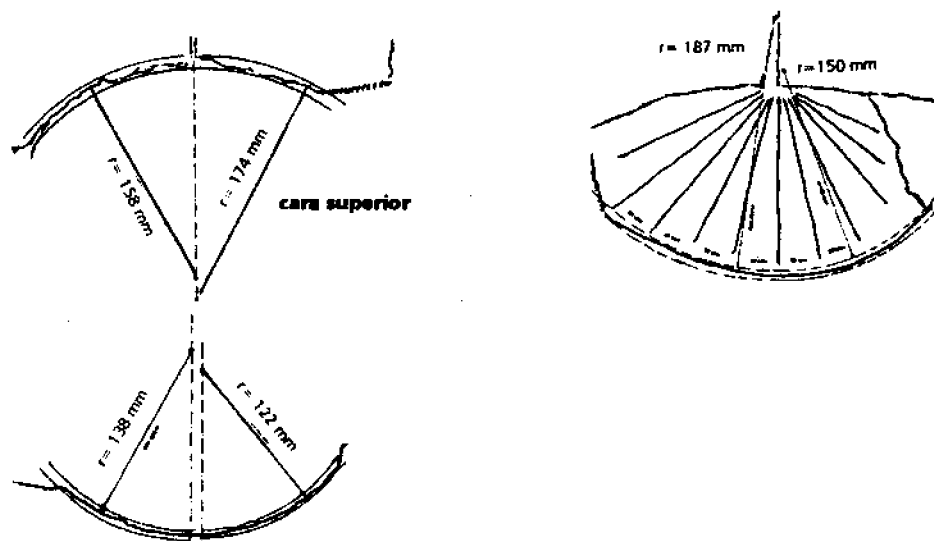


Figura 7 DESARROLLO DE LAS CARAS DEL RELOJ DE SEGÓBRIGA

En el libro "Greek and Roman Sundials" de Sharon L. Gibbs [Yale University Press, New Haven and London 1976], un clásico de la bibliografía gnomonista, se recogen y detallan los siguientes relojes de sol:

Hemisféricos	75	Verticales	25
Esféricos en sombra	23	Cilíndricos	2
Cónicos	109	Varias caras	7
Planos horizontales	15	Fragmentos	8

En muchos de ellos se indican las medidas principales que, en algunos casos, permiten comprobar que el reloj no está diseñado y tallado de acuerdo con los cánones ortodoxos de la gnomónica. Estas irregularidades pueden deberse tanto a la utilización de métodos de diseño simplificados para suplir la ignorancia del tallista, como a una deliberada intención para mejorar la estética o facilitar la lectura de la hora o la ejecución de la talla.

En octubre de 1990 Antonio Almagro Gorbea (Escuela de Estudios Árabes de Granada) y José M^a Raya Román (Universidad de Sevilla) presentaron al CIPA XIII International Symposium (Cracov) un trabajo titulado "ÉTUDE PHOTOGRAMMÉTRIQUE de L'ORLOGE ROMAINE de MÉRIDA". Los dibujos contenidos en el estudio permiten apreciar con exactitud la heterodoxa ejecución de este reloj. El distinguido gnomonista Alessandro GUNELA (Sciaterico in Biella) analiza estos dibujos en los siguientes párrafos. En ellos expone su opinión sobre los métodos empleados por los autores de la pieza que, a su juicio, se apartan del clásico método de trazar los círculos de sombra equinocciales y solsticiales y dividirlos en doce partes iguales para hallar las líneas horarias. Método de trazado que también es recogido por el autor.

COMENTARIOS SOBRE LA FORMA DEL RELOJ ROMANO DE MÉRIDA

Alessandro Gunella

La talla del sector esférico se ha realizado, probablemente, con la técnica que ya he descrito en otras ocasiones; la plantilla¹ sería un semicírculo

del centro O_2 de la figura 2 que servirían de charnelas para el giro de la plantilla.. Sólo al final del trabajo habría eliminado las dos pequeñas ménsulas

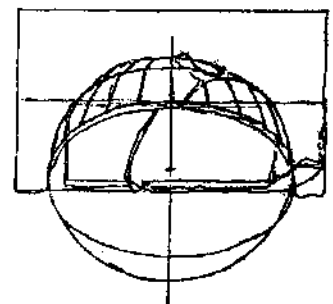
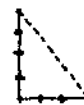
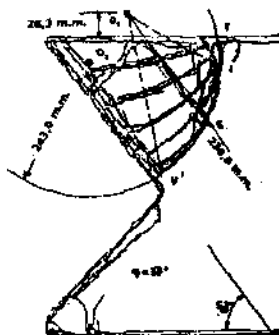
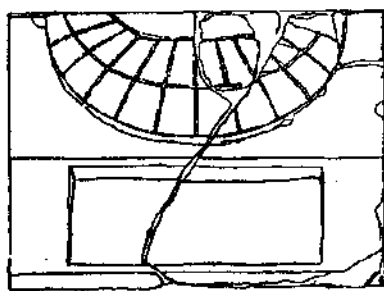


fig.- 1 proyección frontal sobre el plano · fig.- 2 proyección lateral sobre el plano vertical

fig.- 4 proyección horizontal

biselado en los extremos, con sólo dos puntos de apoyo, correspondientes con el diámetro, pero no sobresalientes. El picapedrero² debería haber practicado dos pequeñas ménsulas de apoyo al nivel

de apoyo al nivel del centro O_2 de la Figura 2 que servirían de charnelas para el giro de la plantilla.. Solo al final del trabajo habría eliminado las dos pequeñas ménsulas; así se justifica el hecho de que la curva de corte con el plano horizontal no sea exactamente circular (es una elipse de ejes 240 mm y 230 mm), mientras que sí lo es en la superficie inclinada; el corte en la esfera no es un círculo máximo y la plantilla no habría podido entrar o salir sin estos 13 mm de tolerancia³. El operario ha necesitado realizar una operación de empalme para hacer casi invisible la irregularidad.

¹ Tabla o plancha cortada con los mismos ángulos, figuras y tamaños que ha de tener la superficie de una pieza, y puesta sobre ella, sirve en varios oficios de regla para cortarla y labrarla.

² En este caso un verdadero maestro. No sabemos con precisión las técnicas de construcción aplicadas en los talleres romanos. Por analogía con los métodos renacentistas podemos suponer que la gama sería muy amplia; variando desde los artesanos que aplicaban recetas elementales y poco exactas, hasta los talleres especializados que disponían de expertos gnomonistas (capaces de aplicar el analema de Vitrubio)

³ para los aficionados al automovilismo recuerdo la tolerancia de los alerones de los Ferrari

Los dibujos no recogen una sección que permita buscar el radio de la esfera (*los autores del trabajo presentado en Cracow estiman el radio del círculo de corte en el plano inclinado en 243 mm*), pero sí se aprecia que el círculo de la superficie

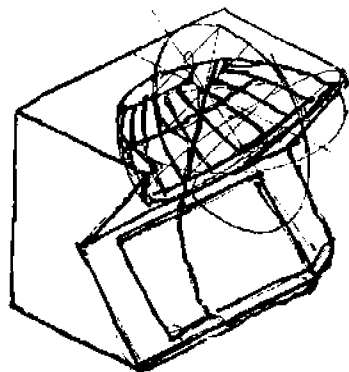


fig.- 3 proyección axonométrica

inclinada es muy próximo a un círculo máximo.

Desde el punto de vista puramente gnomónico, la coincidencia de las líneas equinoccial y solsticial (*la estival coincide prácticamente con un círculo máximo*) con círculos paralelos es, sin duda, signo de que el artesano tenía un conocimiento profundo de la geometría del problema y de la geometría de la esfera (Proclo, Teodosio ?). Es muy posible que en la época en que fue construido circularan entre los expertos versiones completas de los diez libros de Vitruvio o de otros tratados de gnomónica que no han llegado hasta nosotros⁴.

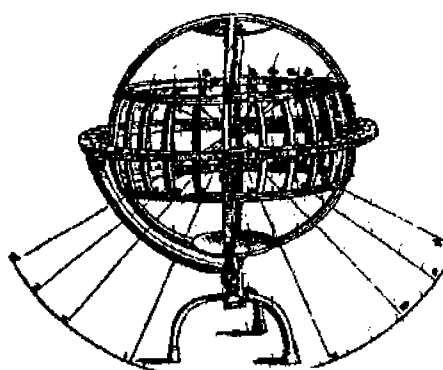


fig.- 7 trigono ?

La posición de O_1 , cerca de tres centímetros sobre el plano horizontal, hace pensar en la dimensión de un apoyo que serviría de soporte a una especie de *maeneus* giratorio alrededor del eje polar O_1O_2 . Pero, tal vez no fuese esta la técnica empleada, si el diseñador disponía de un instrumento (que podría ser el antecesor del

Ferreus) que le hubiera permitido trazar las líneas horarias de una forma correcta.

En el último número 2 de *Gnomonica*⁵ describí un artificio que podía servir para trazar los más complicados relojes (incluso los esféricos en sombra), en el número 4 de esa misma revista⁶ trato de un retículo, una especie de semiesfera metálica agujereada, todavía usada en el siglo XVI⁷ para el diseño de los relojes de sol. Se trata de una hipótesis, pues no sabemos si esta esfera tuvo un antecedente en la época de Augusto; no ha llegado ningún aparato de este tipo hasta nuestros días (salvo que haya sido confundido con un colador). Esta hipótesis explicaría la división de los círculos diarios en doce partes, pero no es coherente con el hecho de que O_1 sea la posición del punto gnomónico; este último debería encontrarse en la recta de corte del plano ecuatorial con el plano horizontal, con el resultado de que los círculos solsticiales se encuentran demasiado alejados y no a 24° . Además deberían estar un poco separados del círculo equinoccial, y no serían círculos sino, en rigor, lemniscatas... (*pero quien se daría cuenta ?*). La diferencia sería de cerca de un centímetro para el círculo estival al mediodía, y si el punto gnomónico fuese una pequeña esfera, casi no se podría apreciar el día del solsticio por una persona que observase atentamente, por supuesto en ningún caso por un observador despreocupado). Tampoco serían iguales las divisiones horarias, aunque el ancho de los surcos impediría ver el error cometido

Una tercera posibilidad podría deducirse de la siguiente consideración, más articulada pero

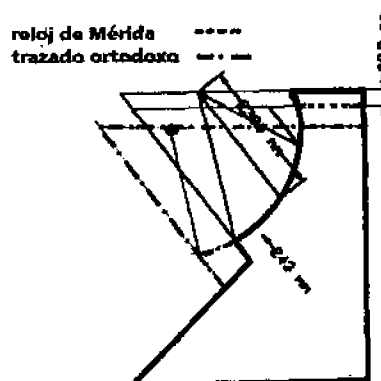


fig.- 5 sección-típica

⁵ Boletín de la Sección de Relojos de Sol de la U.A.I. enero de 1999. Alessandro Gunella, *Come facevano ?*

⁶ Boletín de la Sección de Relojos de Sol de la U.A.I. septiembre de 1999. Alessandro Gunella, *LO SKYPHOS DI CARTAGINE. Commento ad un articolo di Paul Gagnaire*

menos precisa: el constructor ha cortado la superficie inclinada siguiendo la sombra del sol al mediodía del equinoccio, con inclinación igual a la del ecuador (*en este caso con el error de 1°*). Luego ha tallado un arco de círculo dentro de la esfera, paralelo a la superficie inclinada, en una posición determinada un poco a ojo. Después ha subdividido el arco en doce partes, aproximadamente, sin preocuparse del milímetro. Más tarde ha superpuesto a las incisiones una plantilla tallada circularmente. Puede darse el caso de que los agujeros situados en correspondencia con las horas tercia y nona hayan servido de apoyo.

Con un triángulo rectángulo cortado a 24°, y con un hilo, colocando el vértice sobre el centro del círculo, se pueden señalar las líneas de los solsticios en un cierto número de puntos, tallando a continuación los surcos. Después ha podido subdividir en doce partes iguales los dos círculos antes obtenidos y trazar las líneas horarias. Aunque en este caso el punto gnomónico podría estar situado sobre la recta de corte del plano del ecuador con el horizontal.

Nada podemos comentar sobre el punto de colocación del punto gnomónico, que según los dibujos debería estar en el punto O_1 . Aunque analemáticamente sea el punto adecuado, no me parece probable que el constructor romano sacrificase la posición habitual (plano horizontal) a la perfección teórica.

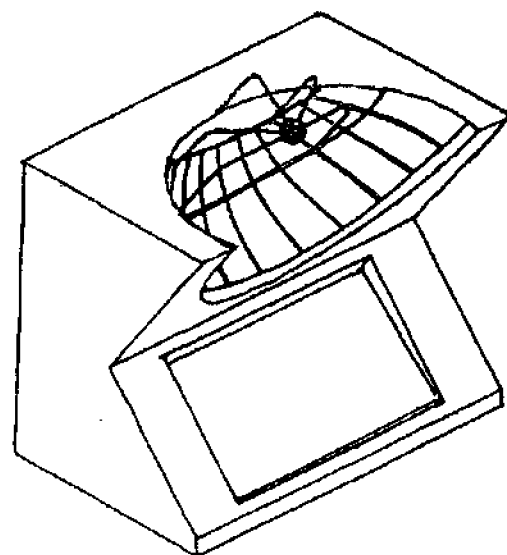


fig.- 6 reconstrucción idealizada del gnomon



Nota del editor:

En la revista JOURNAL FOR THE HISTORY OF ASTRONOMY XXXI (2000) aparece un artículo cuyo título en inglés "Quince relojes grecorromanos procedentes del área mediterránea y Sudán".

Los autores, Mario Catamo, Nicoletta Lanciano, Kurt Locher, Manuel Lombardero y Manuel María Valdés.

Los autores hacen referencia a quince relojes encontrados en el área mediterránea que escaparon al completo catálogo de GIBBS (Yale University Press, New Haven and London, 1976).

El artículo lo encabezan M. Lombardero y Manuel María Valdés describiendo los relojes romanos de Mazarracín y Segobriga. (extracto de artículo anterior).

Sobre el diseño de la forma de los relojes de altura Regiomontano y Capuchino

(M. Milenio)

La forma de la mayor parte de los relojes de sol se basa en una representación gráfica del discurrir de la sombra de un punto (en los relojes de horas temporarias o desiguales) o de una varilla que llamamos gnomon (paralela al eje de la Tierra) en los de horas iguales¹.

El reloj de altura conocido como "reloj de pastor", así como otros de funcionamiento semejante, están basados en disponer de una escala del tamaño de la sombra de un gnomon horizontal (escala variable a lo largo del año) graduada de acuerdo con la altura del Sol en cada hora. Esta escala puede referirse también a sombras horizontales, como ocurre en el caso de los "Horologios" o tablas de pies².

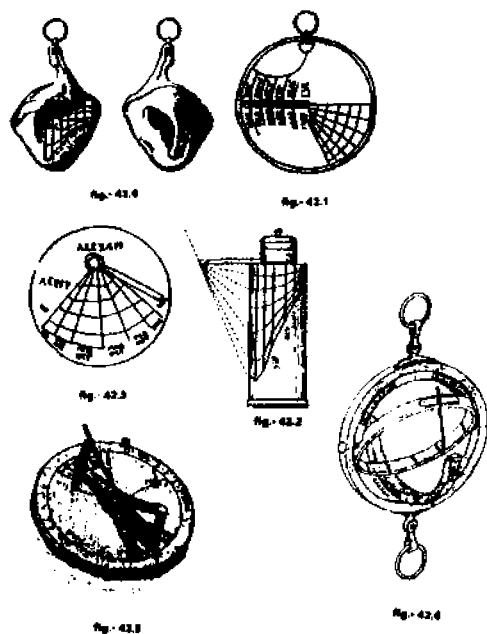
El diseño de algunos de los relojes greco-romanos basados en la medición del ángulo de altura, (el pos pan-klima o el anillo de Philippi) pueden ser una extensión, con lecturas aproximadas, del reloj correcto para los días de declinación nula. En los días del equinoccio la trayectoria aparente del Sol, para un observador situado en la Tierra, se encuentra en un plano que pasa por el punto de observación. En esos días el gnomon y la barra de lectura del pos pan-klima se encuentran en el plano que contiene la trayectoria del Sol y la sombra del gnomon cae siempre en la barra de lectura sin necesidad de variar la posición del reloj.

Diseñados estos relojes para el equinoccio, época en la que son exactos, podemos suponer que una adaptación del ángulo del aparato de lectura a la declinación de cada día permitió comprobar que el error de lectura era tolerable, sobre todo en latitudes bajas.

Lo mismo ocurre para los relojes de altura de horas temporarias divulgados en Europa en el siglo X y que conocemos con el nombre de "Cadrans vetustissimus" y "Cadrans vetus".

En las líneas siguientes se propone la posibilidad de que el diseño de los dos relojes de altura medievales conocidos como Regiomontano y Capuchino, esté basado en un ábaco geométrico.

Es muy fácil hallar gráficamente un segmento que sea el producto de las funciones trigonométricas de dos ángulos, sean estas el seno, el coseno o la tangente. Esta posibilidad gráfica pudo estar en la invención de ambos relojes



42.6 "jamón" de Herculano
42.3 circular con ocular
42.4 anillo de Philippi

42.1 Landesmuseum de Mainz
42.2 "pastor" Museo de Este
42.4 pros pan klima

fig.- 1 relojes de altura romano-bizantinos

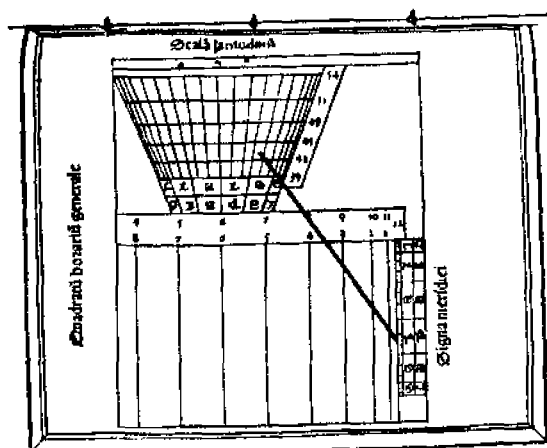
¹ Es obvio recordar que existen otros muchos tipos de reloj, algunos tan ingeniosos y artificiales como el bifilar de Michnik

² En este caso la sombra es la producida por el cuerpo humano. Su longitud se estima en pies (de la persona que produce la sombra) y su correlación con la hora se deduce de reglas nemotécnicas de fácil recuerdo.

Capuchino y Regiomontano

En el siglo XV aparece un diseño insólito para dos relojes de altura, uno de ellos (Regiomontano) es universal y el otro es local. En ambos una plomada o perpendicular se sitúa con su extremo fijo en el punto de latitud del lugar y declinación del día en el primero y en el de la declinación correspondiente en el segundo. Una perla se desliza por el perpendicular hasta que coincida con la misma declinación en la escala vertical de latitudes en el primero o con el ángulo derecho (hora 12) en el segundo.

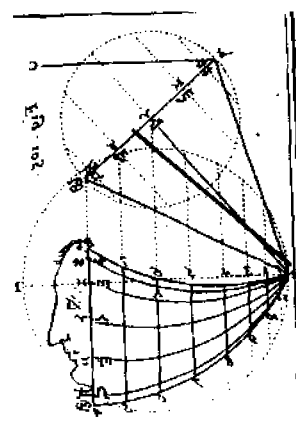
Colocado el reloj en un plano vertical con su arista superior orientada hacia el Sol, la perla señala la hora.



regiomontano

Kalendariis johanne de monte regio, 1482

fig.- 2



capuchino

Ozanam, 1694

fig.- 3

Ninguno de estos dos relojes, por otro lado muy difundidos y utilizados, parece fruto de un modelo físico del movimiento del Sol. En los párrafos siguientes voy a analizar la posibilidad de que hayan sido concebidos como un **ábaco de la fórmula de altura del Sol**. Todos los tratadistas de Gnomónica demuestran la corrección de las lecturas³ pero no indican el posible camino que llevó a su diseño. A. W. Fuller en "The Mathematical Gazette" estudió también estos relojes, proponiendo demostración geométrica y matemática de su funcionamiento.

Altura del Sol

En la proyección ortogonal de la esfera sobre el plano meridiano (fig.- 4) el segmento AD vale:

$$AD = OD * \tan. \varphi = \frac{\text{sen}.\varphi * \text{sen}.\delta}{\cos.\varphi}$$

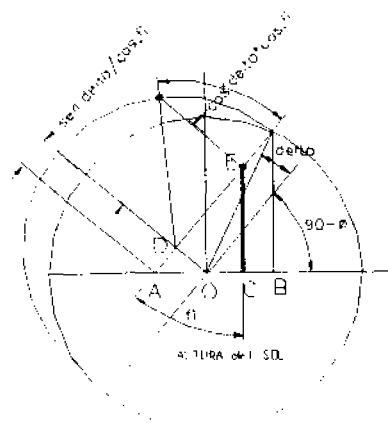


fig.- 4

³ Siempre mediante la utilización del camino trigonométrico para comprobar que la lectura es correcta

$$OG = AB * \operatorname{sen} \varphi = \frac{1}{\cos \varphi} * \tan \delta * \operatorname{sen} \varphi = \tan \varphi * \tan \delta$$

por tanto el segmento OF (cos.t) suma de OG y GF (con su signo) es, de acuerdo con la expresión [03], el cos.t

Para pasar del ábaco de declinación nula (fig.- 5) al de la fig.-6 basta pasar el punto de sujeción del perpendicular al punto B, siendo el ángulo ACB igual a δ . De esta manera se define el segmento OG con el valor

$$OG = \tan \varphi * \tan \delta$$

Regiomontano

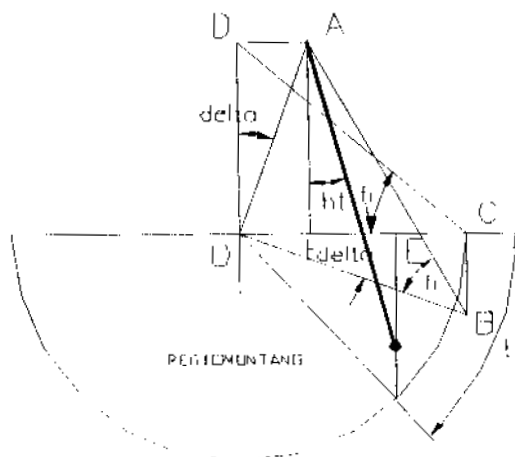


fig.- 7

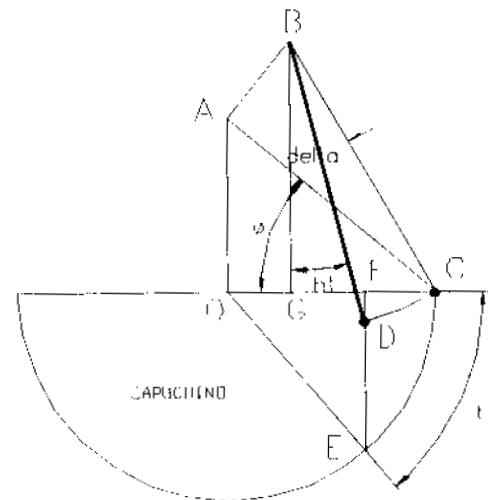


fig 6

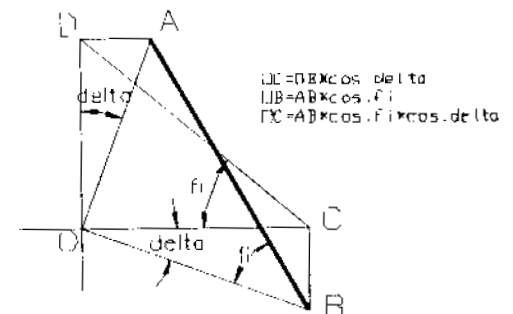


fig- 8

Los triángulos rectángulos ODC y OAB son semejantes con una relación de semejanza $= \frac{1}{\cos \delta}$

por tanto $AB = \frac{1}{\cos \varphi * \cos \delta}$ y $FE = AB * \operatorname{sen} h_i = \frac{\operatorname{sen} h_i}{\cos \varphi * \cos \delta}$

como $DA = \tan \varphi * \tan \delta$ también $OF = \tan \varphi * \tan \delta$

y $OE = FE + OF = \frac{\operatorname{sen} h_i}{\cos \varphi * \cos \delta} - \tan \varphi * \tan \delta$

es decir que OE es el cos.t., y el ángulo t es el acotado en la fig.-7.

En este caso no resulta tan sencillo como en el anterior imaginar como se diseñó el ábaco, pues para que la perla fije una longitud del perpendicular igual a $1/\cos \varphi * \cos \delta$ es preciso utilizar las dos escalas auxiliares DA y CB.

Una vez que se conoce el mecanismo resulta inmediato que la colocación de la perla es muy sencilla, casi evidente la forma de señalar una longitud que proyectada sobre la línea OC proporcione el primer sumando de la ecuación [03].

DECLINACION MAGNETICA PARA EL AÑO 2000.5

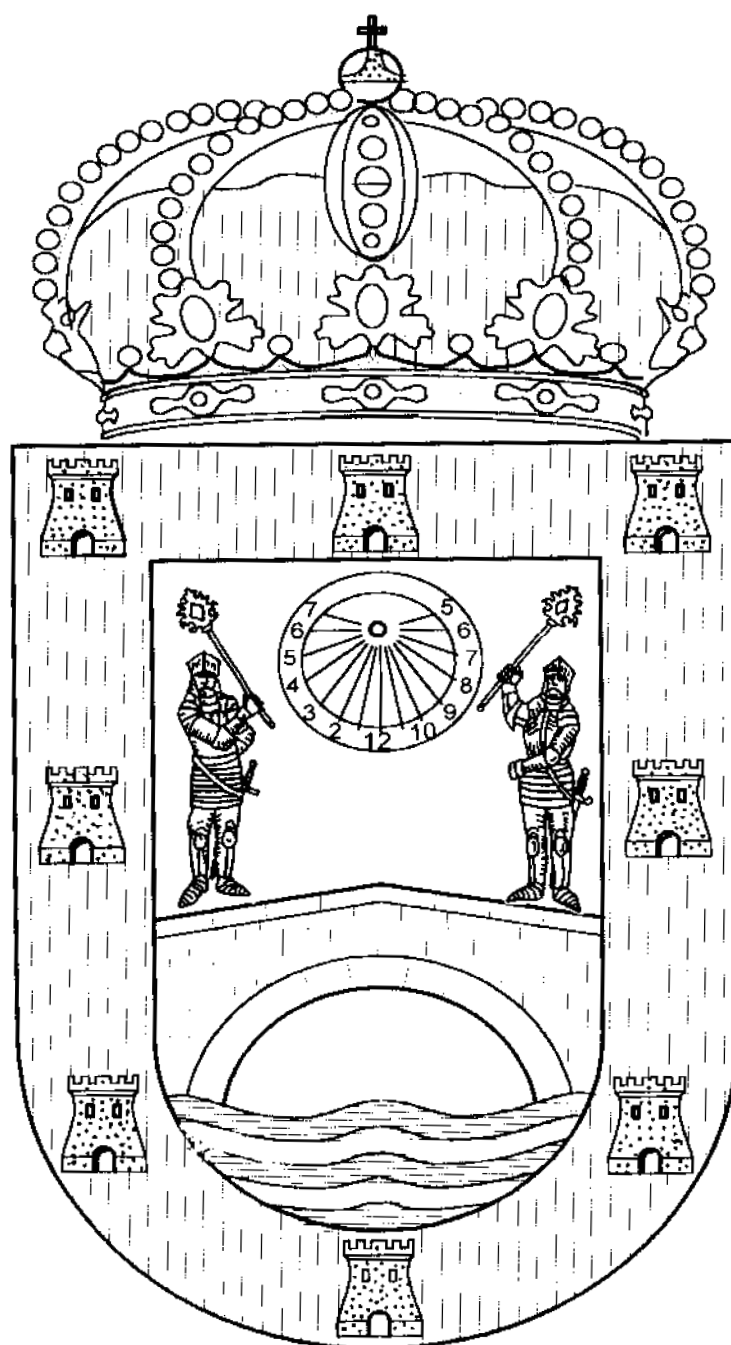
[illegible]

Exceptuando los tratados de gnomónica, es muy poco frecuente la representación gráfica de los relojes solares. El ilustre Académico D. Faustino Menéndez Pidal nos ha indicado que en el Blasón de la villa de Castil de Peones aparece un reloj de este tipo. Creemos que es un caso único, o en todo caso excepcional, la utilización de la imagen de un reloj solar en el Punto de Honor de su escudo de armas. Agradecemos al Sr. Alcalde de esta localidad el dibujo que nos ha enviado, donde aparece esta singularidad. En el artículo siguiente figura un resumen de algunos conocimientos de Heráldica para poder interpretarlo.

ML

Escudo de Castil de Peones

En sinople un puente de plata sobre ondas de agua de azur y plata. A cada extremo del puente un macero de plata y en la cabeza del escudo un reloj de sol de plata. Bordura de gules con ocho torres de oro. A timbre corona real cerrada.



En el artículo anterior se ha reproducido el Escudo Heráldico de Castil de Peones. Este escudo presenta la singularidad de mostrar entre sus Armas un reloj de sol situado en el Punto de Honor. La definición de su composición está descrita en términos de heráldica, por lo que nos ha parecido conveniente solicitar la colaboración de un experto en este tema para su interpretación.

J.M. Del Campo ha accedido amablemente a esta colaboración, que agradecemos vivamente.

ML

DESCRIPCIÓN DEL ESCUDO DE ARMAS DE CASTIL DE PEONES

JOSÉ MANUEL DEL CAMPO

Breve reseña histórica

Según el Diccionario de la Real Academia, la Heráldica o ciencia del Blasón es *el Arte de explicar y describir los Escudos de Armas de cada linaje, ciudad o persona*.

Blasonar es por consiguiente disponer, describir e interpretar estos escudos, que pueden ser de distintas formas según su procedencia (Redondo, Ovalado, Rectangular, Romboidal, o Redondeado en su parte inferior, con o sin punta), pero todos ellos están sometidos en su composición a reglas especiales.

Históricamente el origen de este arte aparece en pleno feudalismo, en la segunda mitad del siglo XII, en el Norte de Europa, especialmente en tierras de Normandía y alrededor del Canal, teniendo gran importancia en su difusión las Cruzadas, los Torneos y el desarrollo de la Táctica militar, con el uso del sello, y de banderas, señales e insignias.

En un principio las armas eran personales, concedidas muchas veces sobre el mismo campo de batalla, pero a partir del siglo XIII llegaron a ser hereditarias, caracterizando un linaje o "casa".

En España en el siglo XII con Alfonso VII comienza la Heráldica, ya que hace representar un León en su escudo. Ramón Berenguer IV utiliza las barras gualda sobre oro, y en Tudela aparecen los fondos escaqueados o ajedrezados, con losanjes y con fajas.

Hacia 1200 Sancho el fuerte utiliza como sello el Águila, y Teobaldo I de Navarra es el primero en utilizar las cadenas.

El uso del escudo se generaliza a partir de del siglo XIII. Pero los primeros tratadistas, o "Reyes de Armas" no aparecen en España hasta el XIV, con gran influencia de los especialistas franceses e ingleses, como lo muestran los términos empleados, que en buen parte proceden del francés medieval.

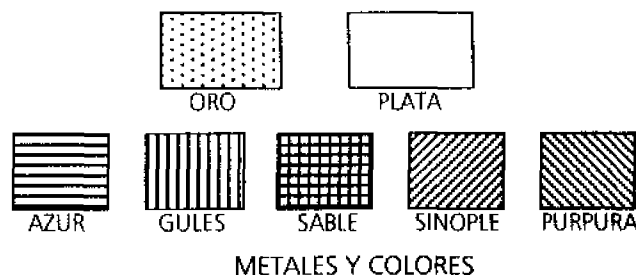
Términos genéricos

Los metales y colores con los que se diseña el campo del escudo reciben el nombre genérico de "Esmaltes", siendo estos metales el Oro y la Plata, y los colores *Gules* (rojo), *Azur* (azul), *Sinople* (verde) y *Sable* (negro).

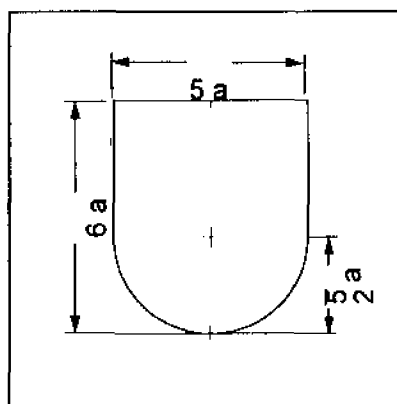
Cada uno de estos metales o colores tiene un sentido simbólico o heráldico.

- El Oro significa magnanimidad, poder, nobleza y es representado por el color amarillo
- La Plata denota pureza, lealtad y firmeza y se representa por el color blanco
- Gules significa fortaleza y victoria en las batallas, y se representa por el color rojo
- El Azur representa justicia y lealtad, su color es el azul
- El Sinople es la insignia de la esperanza, respeto y fe. Es el color verde
- Sable es el color negro y representa rigor y prudencia.
- El Púrpura o violado no es propiamente un color heráldico, aunque a veces se ha empleado en signo de dignidad

Cuando el escudo se representa en blanco y negro, o está tallado en piedra, los distintos metales y colores se representan según un convenio que se expone a continuación:



Es preceptivo que no debe ir metal sobre metal, ni color sobre color. Sin embargo no son pocas las armerías, especialmente en Navarra, que suelen contravenir este principio.

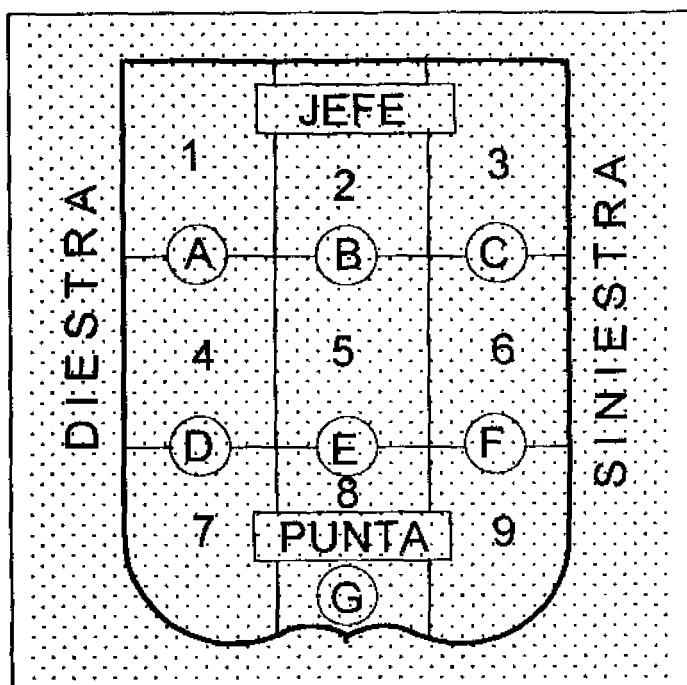


El actual escudo de armas español es rectangular con una relación de altura al ancho de 6 / 5. Su base es un arco de medio punto, aunque no es raro que este arco se prolongue en su parte inferior por una punta curvilínea.

Composición del escudo

El "Campo" es la superficie interior, donde se disponen y ordenan las piezas y figuras del Blasón. Cada punto del campo tiene un nombre propio que lo distingue y determina la ubicación y preferencia de las figuras dentro del escudo

PUNTOS DEL ESCUDO



1. Cantón diestro del Jefe
2. Centro del Jefe
3. Cantón siniestro del Jefe
4. Flanco diestro
5. Abismo, Centro o Corazón
6. Flanco Sinistro
7. Cantón diestro de la punta
8. Centro de punta
9. Cantón siniestro de la punta
- A. Punto diestro del punto de honor
- B. Punto de honor
- C. Punto siniestro del punto de honor
- D. Punto diestro del ombligo
- E. Ombligo
- F. Punto siniestro del ombligo
- G. Punto ínfimo

La división heráldica o particiones del escudo puede ser: de tres órdenes: en partes iguales, en partes desiguales y en cuarteles. En este caso el número de cuarteles no debe exceder de 64. Para blasonar un escudo en cuatro o más cuarteles se colocan según su orden de preeminencia.

Entendemos como piezas y figuras todos los objetos colocados en el campo del escudo., en numero y variedad casi ilimitada, incluyendo piezas heráldicas, trazados y fondos geométricos, figuras naturales, artificiales o naturales y quiméricas

Los Timbres Heráldicos no forman propiamente parte del Escudo. Son ciertos adornos que llevan los escudos exteriormente, siendo los más usuales: Coronas, Yelmos, Capelos, y también Lambrequines, formados por hojas de acanto, plumas y otros ornamentos que rodean el escudo; Tenantes con figuras de hombres o ángeles y a veces sirenas que sostienen el escudo por ambos flancos, Banderas y armas, piezas y soportes de arquitectura, Divisas o Lemas en filacterias, collares, insignias., etc

El escudo de Castil de Peones

La definición, en términos y vocabulario heráldicos de este interesante escudo es la siguiente:

En sínople un puente de plata sobre ondas de agua de azur y plata. A cada extremo del puente un macero de plata y en la cabeza del escudo un reloj de sol de plata. Bordura de gules con ocho torres de oro. A timbre corona real cerrada..

En la página siguiente se reproduce un dibujo del Escudo oficial del Ayuntamiento de Castil de Peones, y su descripción en términos heráldicos.

Este escudo merece especial atención, ya que tiene como figura principal (está situada en la "cabeza del campo" UN RELOJ SOLAR.

Creemos que es un caso excepcional, pues entre los numerosos blasones y piezas de armas que se insertan en los escudos no tenemos noticia de que se haya relacionado o descrito este tipo de figura en ningún caso anterior, sea este de Persona, Linaje, Villa, Ciudad o Nacional.

No ocurre lo mismo con las otras piezas de armas, ya que son frecuentes los Castillos, Torres, y Murallas, Corrientes de Agua, Maceros o Armados, etc.. cada una de las cuales tiene un significado muy preciso ligado generalmente con las circunstancias geográficas e históricas que ocasionaron la distribución de las correspondientes figuras.

Sería deseable obtener una mayor información de las circunstancias históricas y políticas que motivaron la composición y concesión de este Blasón

EL RELOJ DE MÉRIDA

En el libro "Greek and Roman Sundials" de Sharon L. Gibbs (Yale University Press, New Haven and London, 1976) un clásico de la bibliografía gnomonista, se recogen y detallan los siguientes relojes de sol:

Hemisféricos	75
Estéricos en sombra	23
Cónicos	109
Planos horizontales	15
Verticales	25
Cilíndricos	2
Varias caras	7
Fragmentos	8

En muchos de ellos se indican las medidas principales que, en algunos casos, permiten comprobar que el reloj no está diseñado y tallado de acuerdo con los cánones ortodoxos de la gnomónica. Estas irregularidades pueden deberse tanto a la utilización de métodos de trabajo simplificados para suplir la ignorancia del tallista, como a una deliberada intención para mejorar la estética o facilitar la lectura de la hora o la ejecución de la talla.

En el Museo Romano de Mérida (España) se guarda un reloj romano hemisférico de pequeñas dimensiones hallado en las ruinas del teatro Romano (número 1043 de Sharon L. Gibbs). Este reloj fue descrito por el Doctor Arquitecto José María Raya Román (Universidad de Sevilla) en 1987 durante un ciclo de conferencias organizado por el Museo Nacional de Mérida. En octubre de 1990 Antonio Almagro Gorbea (Escuela de Estudios Árabes de Granada) y José M^a Raya Román presentaron al CIPA XIII International Symposium (Cracow) un trabajo titulado "ETUDE Photogrammetrique de L'HORLOGE ROMAINE de Mérida. Este segundo trabajo contiene unos detallados dibujos del reloj.

No es frecuente disponer de unos planos tan minuciosos de un reloj de sol. Es una tentación difícilmente resistible para un gnomonista amigo de los relojes antiguos, aprovechar esta ocasión para estudiar los detalles de la forma de este reloj.

Queremos resaltar aquí la introducción de este método en la descripción de los relojes de sol y deseamos que se aplique en el futuro con más frecuencia.

El gnomonista Alessandro GUNELLA, autor de numerosos trabajos de gnomónica y bien conocido como experto en temas relacionados con la geometría de los relojes de sol, analiza estos dibujos en los siguientes párrafos. En ellos expone su opinión sobre los posibles métodos empleados por el o los diseñadores y tallistas de la pieza que, a su juicio, se apartan del generalmente admitido, que consiste en trazar los círculos de sombra equinocciales y solsticiales y dividirlos en doce partes iguales para hallar las líneas horarias. Método de trazado que, por otro lado, también es recogido por el autor.

Podemos admitir que no había un método clásico universalmente aplicado; cada taller, cada región, cada época podía tener sus sistemas particulares (esta hipótesis justificaría la diversidad de formas que se recogen en el tratado antes citado. Las ideas de Alessandro GUNELLA sobre el reloj de Mérida resultan muy interesantes y definen una pauta para el trazado, no publicada hasta ahora).

El sistema propuesto por Alessandro GUNELLA, deducido de un minucioso análisis de las medidas, es una novedad y arroja una luz sobre los posibles detalles de la técnica de diseño y tallado en el comienzo de nuestra era.

Manuel M^a Valdés

NOTAS Y COMENTARIOS I

1. PRIMERA EXPOSICION DE AZULEJOS CON RELOJES DE SOL

Andrés Majó Díaz, miembro de nuestra Asociación, está preparando una exposición de 150 azulejos decorados con relojes de sol y otros temas referentes a la Gnomónica, que se celebrará los días 27 y 28 de Mayo en el local de la Peña Filatelista de Vilanova i la Geltru (Barcelona), Calle Marqués del Duero 15.

Recordamos que este notable y activo gnomonista ya preparó la primera Exposición de Gnomónica, que tuvo lugar en Gualba en 1996, con notable éxito. (ver "Analema 16" donde aparece una reseña de la misma)

Felicitemos al Sr. Majó por esta iniciativa y le auguramos un nuevo éxito, ya que se trata de la primera exposición, en España -y creemos que en todo el mundo- de una colección de azulejos y cerámica dedicada exclusivamente a este tipo de relojes

Como en Gualba, en esta nueva exposición también se presentarán obras del escultor y ceramista Jaume Salichs, que expondrá sus esculturas con relojes de sol.

AMD

2. SEMINARIO SOBRE "EL RELOJ DE SOL"

La Subdirección de Extensión Universitaria de la Escuela de Ingeniería Técnica de Telecomunicación de la Universidad Politécnica de Madrid ha organizado un seminario, con una duración de cuatro sesiones, sobre "el reloj de Sol"

Ha sido impartido por el Profesor Emérito D. Jesús de la Calle y la Profesora de Dibujo Técnico D^a. Pilar Francó. Se dedicaron dos sesiones al cálculo y diseño de los relojes más usuales, incluyendo una exposición de fotografías y dibujos de relojes de diversos tipos y otras dos sesiones a taller y construcción de algunos de los modelos explicados.

Asistieron 30 alumnos de la Escuela, que se mostraron muy interesados por los temas tratados, y demostraron gran habilidad en la construcción de los modelos elegidos, alguno de ellos sobre materiales cerámicos.

Hemos de aclarar que el Profesor De la Calle es miembro fundador de nuestra Asociación y pertenece a la Junta Directiva desde su creación, no obstante lo cual nos complace expresar la satisfacción que los restantes miembros de la Junta expe-

rimentan por el excelente resultado de su iniciativa..

JDLC

3. ¿ QUIEN DA CUERDA A LOS RELOJES DE SOL ?

En el Boletín 24 se planteaba esta pregunta, mas bien retórica, al conjunto de nuestros lectores. En el Boletín 25 se publicó una contestación a la misma de M. D' Ossogno, en la que parece postular, tras citar a Newton, que la "cuerda" fue dada por el Sumo Hacedor en el mismo instante de la creación del Universo. Posteriormente hemos recibido algunas contestaciones que, en términos generales, resumimos en las siguientes líneas:

Algunos comunicantes eluden la contestación por el sencillo procedimiento de afirmar que la pregunta en sí carece de sentido. O sea "nadie, ni nada"

A.V.C. indica que como no hay movimiento mecánico ni consumo de energía, no es necesario dar cuerda a este tipo de relojes.

M.A.H. nos abruma con la Teoría de la Información, la entropía del mensaje, el código, la transmisión / recepción y el ruido blanco. Y nos pregunta a su vez que quién da cuerda a un reloj atómico.

Pero la contestación que cuenta con más partidarios es la que indica que para recibir el mensaje (la hora) se necesita consumir una cierta cantidad de energía -los fotones que penetran en nuestro ojo-, que provienen de la luz solar que es reflejada por la superficie del reloj, excepto la parte de la sombra del gnomon.

Por tanto la "cuerda" que hace funcionar este tipo de relojes se basa directamente en las transformaciones nucleares que tienen lugar en el interior de nuestro Astro-Rey, energía que transmitida en forma de radiación y luz visible, llega a nuestros humildes relojes solares y es transformada en "información" por nuestro privilegiado cerebro, vía sistema optico-cristalino, sensor-retina y sistema de transmisión neuronal.. (siempre que miremos al reloj, claro está)

MLS

casa de Navascués reloj del sol fechado y firmado en Cintruénigo

M. Losot

En la villa de Cintruénigo, situada en la depresión riojana del Ebro, se encuentra la casa de Navascués. De este tipo de casas dijo J. Ortega y Gasset en Castilla y sus castillos: *"la casona no es, en rigor, una casa muy grande, y, sin embargo, se comprende que deje un recuerdo enorme de sí misma. Lo grande no es su dimensión, sino su pretensión y proporción - por decirlo así -, la idea que esas casas tienen de sí mismas. Recuérdese que Villiers de l'Isle definía la gloria como la idea de sí mismo que cada cual guarda en su pecho"*.



Camin que trabajó en Cintruénigo por los años 1760. Es también obra suya el **reloj de sol** que hay en esta fachada, construido y firmado en el año 1764. Plo adquirió más tarde fama y notoriedad; construyó en Madrid el Palacio del Marqués de Santa Cruz en la calle de San Bernardino, colaboró con Churriguera en la cúpula de San Francisco el Grande y escribió en 1767 el libro cuya portada se muestra.

Esta casa, cuyo diseño recuerda el de algunos "chateaux" por su uso polivalente como vivienda señorial, archivo, biblioteca, sala de música, explotación agrícola con todos sus lugares y ambientes de trabajo... fue declarada "Bien de interés cultural" en mayo de 1995.

Entre sus paredes se encuentran huellas y recuerdos de nuestra historia social, política y económica en las últimas centurias, de manera que su visita es una excursión al pasado, vivida a través de las numerosas colecciones, archivos y bibliotecas que allí pueden admirarse.

En el reloj de sol, situado en la parte alta de la fachada posterior (la que limita el jardín o huerta, que cuenta con árboles centenarios y forma una parte inseparable de la casa), pueden leerse las dos leyendas:

Plo fecit los dos en el círculo que rodea el pie del gnomon

EL ARQUITECTO PRACTICO.

CIVIL, MILITAR, Y AGRIMENSOR,

DIVIDIDO EN TRES LIBROS.

El I. contiene la Delineacion, Transformacion, Medidas, particiones de Planos, y uso de la Pantómetra.

El II. la práctica de hacer y medir todo genero de llovedas, y edificios de Arquitectura.

El III. el uso de la Plancheta, y otros instrumentos simples, para medir por el ayre con facilidad y exáctitud, y nivelar regadíos para fertilizar los campos.

COMPUESTO

POR D. ANTONIO PLO Y CAMIN,
Profesor de estas Ciencias.

TERCERA IMPRESION,
corregida y aumentada.

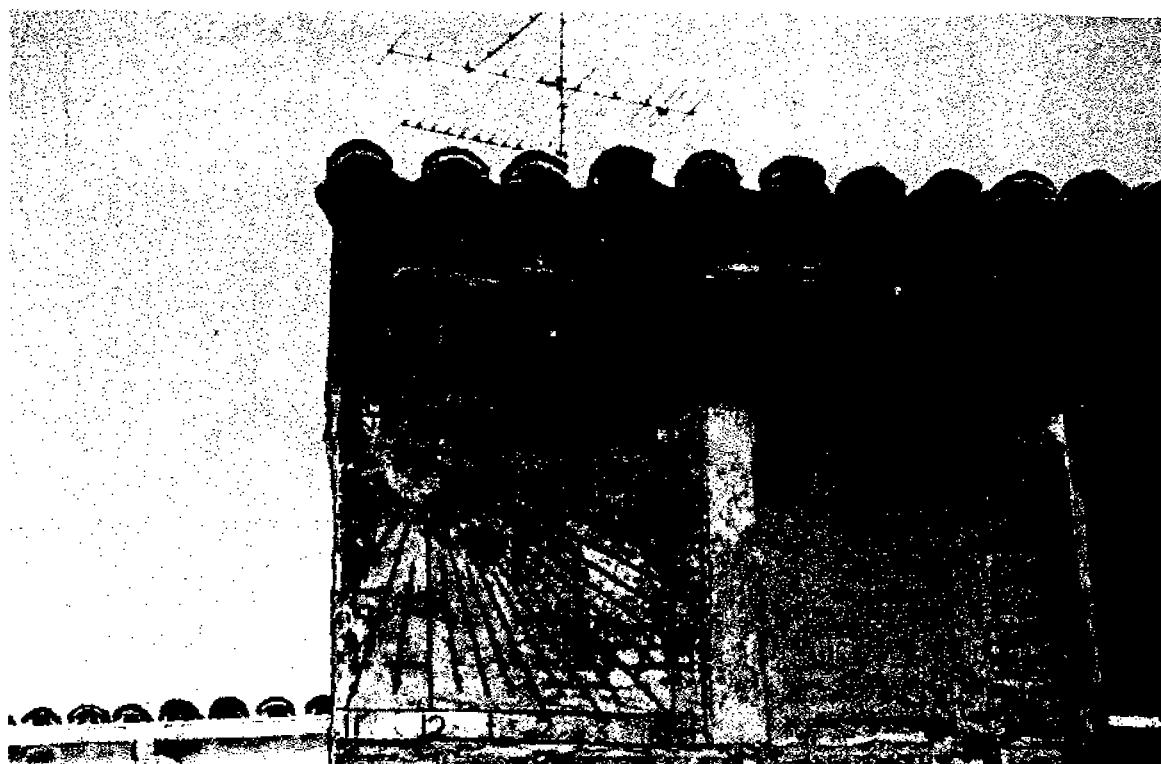
CON LICENCIA.

MADRID: POR ESPINOSA, AÑO DE 1819.

La fachada posterior consta de un pórtico, galería o veranil de dos plantas formadas por una sucesión de arcos escarzanos de ladrillo con impostas, que soportan a modo de entablamento, el alero. Es obra del arquitecto Antonio Plo y

DE OR 67 G 28 M° A OZ DE en la parte superior del recuadro que limita la cara del reloj.

A a
OZ Ozidente
DE ¿? Declinación ?



La primera nos indica que durante las obras necesarias para llegar al estado actual de la edificación ha desaparecido uno de los dos relojes que Antonio Plo y Camín dibujó y construyó para ornato de la casa y, tal vez, para poder regular la importante colección de relojes mecánicos que sus dueños poseían.

Para cumplir esta misión es preciso disponer de una tabla con la ecuación del tiempo, tablas muy difundidas en la época de construcción del reloj de sol.

La segunda leyenda, según mi opinión, puede interpretarse como la orientación de la pared soporte del reloj. Su lectura puede ser:

DE ¿? Declinación ?
OR Orientación
67 G. 28 M° 67° 28'

la pared forma con la dirección norte, de acuerdo con esa leyenda, un ángulo de $67^{\circ} 28'$ situado en el cuadrante occidental, o sea un ángulo E $22^{\circ} 32' S$, o lo que es lo mismo: $112^{\circ} 32'$ con el N., siendo positivo el sentido de giro de las agujas del reloj mecánico.

Este dato, transmitido por Plo, permite comprobar, mediante un cálculo de los ángulos horarios, que el dibujo de las líneas horarias es correcto y que el gnomon **no** está, actualmente, adecuadamente colocado. Podemos decir con toda seguridad que Plo lo fijó correctamente y que alguna reforma posterior lo desplazó de su posición original.

La falta de parte del marco del dibujo del reloj hace sospechar que ha desaparecido, además del segundo reloj que Plo anuncia que construyó, una fracción del reloj actual.

ÉRASE QUE SE ERA... TRES PUNTOS

VÍCTOR PÉREZ VILLAR

1 Notación

En este documento se emplearán los siguientes símbolos:

- δ : Declinación solar.
- φ : Latitud Terrestre del lugar.
- t_i : Ángulo horario del Sol verdadero en el instante i .
- h_i : Altura del Sol para una latitud j , dada e un instante solar verdadero dado t_j .
- $\mathcal{Q}$: Refracción atmosférica medida en minutos de arco. Cantidad positiva, que debe ser substraída de la altura observada para obtener la altura real.
- λ : Longitud del orto-estilo.
- ρ_i : Longitud de la sombra producida por el orto-estilo en el instante t_j .
- α_i : Azimutes relativos a la sombra del instante inicial.
- α_M : Ángulo comprendido entre la primera sombra y la línea meridiana del cuadrante.
- : Vector director de las líneas umbrales.
- : Módulo del vector director V_i .
- : Parámetro de las líneas umbrales.
- : Matriz de rotación correspondiente a un ángulo α_M en el eje de las Z .
- : Vector Paralelo al eje terrestre.
- $\mathcal{Q}, \mathcal{Q}$: Parámetros auxiliares para la solución del problema.

Como regla general los subíndices numéricos, se emplearán en las magnitudes, para indicar instantes dados por las condiciones del problema. En los casos en los que una variable no lleve subíndice, se considerará como su caso más genérico, como por ejemplo la latitud φ . Aquellas cantidades que se representen con acento (') se considerará que han sufrido un transformación, respecto a la magnitud que no tiene acento.

2 Introducción Histórica

El insigne gnomonista Christophoro Clavius, ao 1586, en su libro intitulado "*Fabrica et usus instrumenti ad Horologiorum descriptionem*" (§.XIX, pag. 91), describe el Problema: Alia inventio lineæ., Meri-

dianæ. por tres Solis observationes sive cognitione altitudines poli, et declinationis, loci Solis in Zodiaco: (vud) cum inventione altitudinis poli, declinationis, loci, Solis in Ecliptica, et amplitudine ortiva, occidua.

Proponiendo un método gráfico (analemático) para averiguar la posición de la meridiana, la latitud del lugar (altura del Polo), la declinación solar y las amplitudes ortivas y occiduas, mediante la triple observación de las alturas solares en un mismo día y el acimut relativo entre las sombras de un Ortostilo enclavado en un plano Horizontal. El mismo Clavius hace mención en este capítulo de su libro, al autor Portugués contemporáneo Pedro Nuez (Nonius) como su autoridad ("*De Navigatione*", §.XVI, Ao: 1538)).

Ciertamente, el problema "de los tres puntos" era más antiguo. Algunos autores, como Al Biruni (Siglo X), mencionan la solución de Igino el Gromático del siglo II d. C, aunque la atribuye a Diodoro Alejandrino.

El problema de la posición del Sol mediante tres puntos, acabó también en manos del sabio renacentista alemán Athanasius Kircher que en su libro "*Ars Magna Lucis et Umbræ*" menciona a Pedro Nuez, y su solución resulta ser conceptualmente la misma. El método de Igino el Gromático se fundamenta en la observación de la longitud y ángulos relativos en las direcciones de la sombra de un Estilo Vertical. Los autores del Renacimiento, sin embargo, emplearon astrolabios en la observación (C. Clavius y Pedro Nonius). En los siglos posteriores, el problema no quedó en el olvido, los libros de Gnomónica mencionan el método de los tres puntos en sus capítulos que describen como construir la meridiana, su posición en tales libros indica claramente que el método ha pasado a ser una mera curiosidad.

2.1 Solución debida a Igino el Gromático

En la figura Figura 1 se expone brevemente el método de Igino el Gromático, cuya finalidad muestra tan sólo el trazado de la meridiana: El Ortostilo BA, que produce las sombras BC, BE y BD en tres instantes de un mismo da. El vértice del cono diurno será el extremo A del Ortostilo, en ese punto ponemos el pie del compás y tomando como abertura la distancia

AE, trazamos un arco que corta la línea AC en F, y la línea AD en I. Los puntos F e I están contenidos en un plano perpendicular al eje del cono diurno.

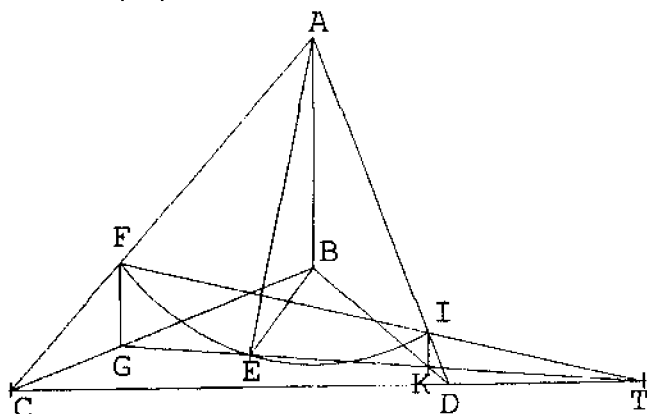


Figura 1

Trazando una vertical (paralela al Ortostilo) en los puntos F e I, obtenemos los puntos G y K sobre el plano del cuadrante. Obteniendo, de esta suerte, dos triángulos homólogos AFI y BGK, cuyos lados convergen en tres puntos alineados: C, D y T.

El punto T goza de otra propiedad: está alineado también con respecto a los puntos F e I, contenidos en el plano perpendicular al eje del cono diurno. La recta GT en el plano del cuadrante será la intersección entre el plano perpendicular al eje del cono y el cuadrante. Esta recta corresponderá a la dirección Este-Oeste. O lo que es lo mismo: es una línea perpendicular al meridiano del lugar.

2.2 Solución aproximada de los Persas

Esta solución al problema de los tres puntos es completamente aproximada. En la Figura 2 se puede ver el punto P como pie del Ortostilo.

El mismo día la sombra del Ortostilo arroja tres sombras que representamos con los puntos P_1 , P_2 y P_3 que evidentemente caen sobre la cónica diurna.

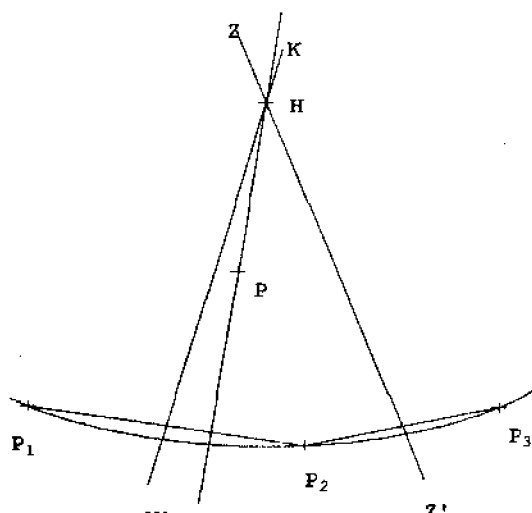


Figura 2

Sobre los puntos P_1 y P_2 trazamos un segmento y sobre él su bisectriz KK' . La misma operación sobre los puntos P_2 y P_3 hace que tengamos la recta bisectriz MM' sobre el plano del cuadrante.

Ambas mediatrices cortan en un punto común que denominamos H. Tal punto al unirse con el pie del Ortostilo proporciona la meridiana. El método no es seguro ya que en declinaciones cercanas al equinoccio el punto H se va al infinito. Además la posición de la meridiana dependerá de la elección de los tres puntos.

2.3 Solución de C. Clavius

La solución propuesta por Clavius necesita la ayuda de un astrolabio para la medida de las alturas solares en los tres instantes de observación. La demostración se fundamenta en una ilustración que añade en un margen del capítulo XIX de su "Fabrica et Usus", nosotros escindiremos, por simplicidad y mayor aclaración en la Figura 3 y Figura 4. Manteniendo la notación de las letras empleadas.

La demostración empieza con la Figura 3, en la que traza un círculo ABCD, con centro en E, sobre el plano del Horizonte. En el centro E ubica un Ortostilo que en tres instantes de un mismo día arroja tres sombras.

La primera sombra (Clavio indica como matutina) es la recta EF, lee en el astrolabio la altura e imprime su ángulo en AG. La segunda sombra es la recta EH, con altura AI, la tercera es la recta EK, con altura del Sol AL.

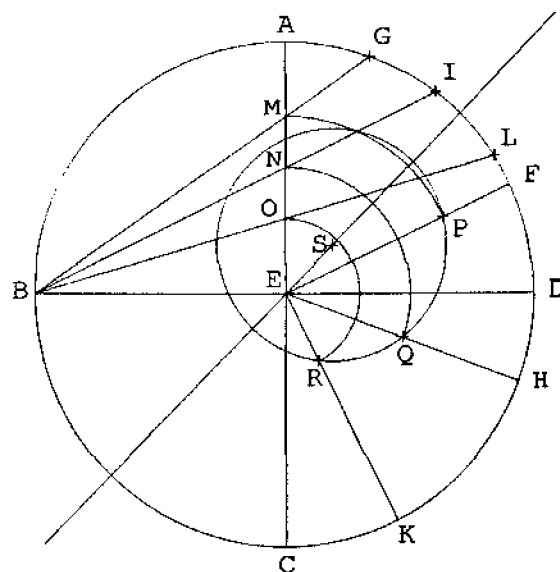


Figura 3

Se trazan rectas que radian desde B hasta cada uno de los puntos de altura que se han marcado, recta BG, BI, BL. Dichas rectas cortan con el diámetro CA en los puntos M, N, O. Dichos puntos forman tres segmentos de longitud EM, EN y EO, que se

Este efecto, si se desea, se puede corregir mediante la ecuación propuesta por G. G. Bennet².

Ecuación (1)

Donde R se expresa en minutos de arco, h es la altura aparente en grados, obtenida de los datos del problema mediante: $\tan h = \sqrt{r}$. G. G. Bennet predice que su fórmula tiene una precisión de 0.07 minutos de arco para todos los valores de h posibles, su mayor error es de 0.07 minutos de arco a 12° de altitud. Pudiendo corregir el valor de las tres sombras mediante:

Ecuación (2)

Donde p'_i es la longitud de la sombra desprovista del efecto de la refracción atmosférica, de tal forma que $p'_i > p_i$.

4 Elementos resolutivos del Problema

La solución analítica del problema pasa por la definición de aquellos elementos que participarán directamente o indirectamente en la ayuda de la solución.

4.1 Ecuaciones de las líneas Umbrales

Dadas estas condiciones del problema, podemos definir la ecuación tridimensional de las rectas Umbrales. Se denomina recta Umbral aquella recta que, pasando por la punta del Ortostilo, corta con cada uno de los puntos P_1, P_2, P_3 del cuadrante, de tal suerte que las proyecciones ortogonales de las rectas umbrales sobre el plano del cuadrante proporcionan la forma analítica de las sombras del Ortostilo.

Se emplearán tres rectas umbrales en la solución del problema, cada una de ellas corresponderá a la medida de la sombra. Emplearemos la notación de recta paramétrica, de tal forma que su expresión analítica en el sistema de coordenadas anteriormente descrito corresponderá a:

Ecuación (3)

Se puede observar que cuando el parámetro de la recta umbral λ_i es igual a la unidad, la recta muestra el punto de corte con el cuadrante.

La recta r_1 tiene como vector director V_1 de coordenadas $(p_1, 0, 1)$, la recta r_2 tiene como vector director V_2 de coordenadas $(r_2; \cos a_1, r_2; a_1)$ y

finalmente la recta r_3 tiene como vector director V_3 de coordenadas $(r_3; \cos a_2, r_3; a_2, -)$.

4.2 Ecuación del eje de la tierra

El eje de la tierra se representa como una línea recta con vector director apuntando hacia el Polo Norte del lugar j . La forma analítica de este vector en un sistema de coordenadas que tenga como eje de las X a la línea meridiana, el eje de las Y la línea Este-Oeste y como eje de las Z el Zenit del lugar, tiene la siguiente forma:

Ecuación (4)

Este vector, en el Sistema Coordinado Horizontal, cambiará cuando se aplique al sistema coordinado dado en la sección anterior. Para realizar este cambio de sistemas coordinados hay que aplicar una transformación al vector E para que tenga una expresión analítica adecuada en coordenadas Umbrales.

La transformación corresponderá a una rotación sobre el eje de las Z y de magnitud suficiente como para hacer coincidir la primera sombra OP_1 con la línea meridiana. Para ello emplearemos una matriz de Giro A^Z

Ecuación (5)

z' Donde $a.M$ corresponde al giro dado sobre el Ortostilo tal que la meridiana coincida con la primera sombra. El cambio de coordenadas propuesto en la ecuación [REF: eq:rot1], proporciona un vector E' transformado mediante la simple multiplicación de la matriz A^Z con E dando como expresión:

Ecuación (6)

Obteniendo, de esta forma la ecuación del eje de rotación terrestre en las coordenadas Umbrales.

4.3 Invariante Cónico de las líneas Umbrales

El invariante Cónico se puede definir de muchas formas: la primera aproximación consiste en afirmar que las líneas Umbrales son las generatrices contenidas en la superficie de un cono, cuyo eje coincide con el de rotación terrestre y cuya abertura es igual a la declinación solar d . Dicho cono diurno se fundamenta en la hipótesis inicialmente planteada de declinación solar d de valor constante a lo largo de un día.

Por lo tanto, las líneas Umbrales tienen un ángulo con el eje del cono igual a la declinación solar. El principio de invariancia garantiza que cualquier

² G. G. Bennet "The Calculation of Astronomical Refraction in Marine Navigation", Journal of the Institute for Navigation, Vol 35, pages 255-259 (1982).

transformación ortogonal mantiene este valor, de esta forma se puede afirmar que los vectores directores V_1 , V_2 y V_3 mantienen con el eje terrestre la siguiente igualdad: Ecuación (7)

Donde los vectores directores de las líneas umbrales se han normalizado a la unidad. De esta forma si asumimos que la longitud del vector director umbral tiene una expresión de la forma: $D_i = r_i^2 + 2$ Donde D_i es la longitud del vector V_i , es decir, la longitud del trayecto desde el Gnomon hasta la sombra i -ésima. Aplicando la doble igualdad expresada en ([REF: eq:inv1]) en las condiciones de nuestro problema, se tiene: [LABEL: eq:eq1] $D_1 \cdot d \cdot \cos.j = -r_1 \cdot \cos.j \cdot \cos.a_M - j$. [LABEL: eq:eq2] $D_2 \cdot d \cdot \cos.j = -r_2 \cdot \cos.j \cdot \cos.a_M \cdot \cos.a_1 + r_2 \cdot \cos.j \cdot a_M \cdot a_1 - j$. [LABEL: eq:eq3] $D_3 \cdot d \cdot \cos.j = -r_3 \cdot \cos.j \cdot \cos.a_M \cdot \cos.a_2 + r_3 \cdot \cos.j \cdot a_M \cdot a_2 - j$. Tenemos, por lo tanto tres ecuaciones: [REF: eq:eq1], [REF: eq:eq2] y [REF: eq:eq3] y tres incógnitas: d , j y a_M . Se puede decir que tenemos las condiciones necesarias para abordar la solución analítica al problema.

5 La solución: un primer intento

En las ecuaciones [REF: eq:eq1], [REF: eq:eq2] y [REF: eq:eq3] se realizarán dos transformaciones: Se despeja d de [REF: eq:eq1] y se substituye en [REF: eq:eq2] y [REF: eq:eq3], de esta forma, estas dos ecuaciones quedan en función de j y a_M . La siguiente transformación pasa por aplicar en [REF: eq:eq2] y [REF: eq:eq3] dos parámetros auxiliares: [LABEL: eq:soletapa1] $P = \cos.a_M \cdot \cos.j$.

[LABEL: eq:soletapa2] $Q = a_M \cdot \cos.j$. Poniendo, además el j en función de P y Q como: $2j = 1 - (P^2 + Q^2)$. Quedando la ecuación de la siguiente forma: [LABEL: eq:ecuacion] $(D_2 - D_1) \cdot 1 - P^2 - Q^2 + P \cdot (D_2 \cdot r_1 - D_1 \cdot r_2 \cdot \cos.a_1) + Q \cdot D_1 \cdot r_2 \cdot a_1 = 0$ [5pt] $(D_3 - D_1) \cdot 1 - P^2 - Q^2 + P \cdot (D_3 \cdot r_1 - D_1 \cdot r_3 \cdot \cos.a_2) + Q \cdot D_1 \cdot r_3 \cdot a_2 = 0$ Estas dos ecuaciones de segundo grado proporcionarán dos soluciones: P y Q . De las relaciones de estos dos parámetros expresados en ([REF: eq:soletapa1]) y ([REF: eq:soletapa2]) tenemos que: $\tan.a_M \cdot \cos.j = Q/P$

[6pt] $\cos.j = P^2 + Q^2$

[6pt] $\cos.d = 1 - P^2 - Q^2 + P \cdot r_1 \cdot D_1$ Es decir: conocidos P y Q ya se puede calcular la magnitud de: el azimut meridiano a_M , la latitud terrestre del lugar j y la declinación solar d . Del día en el que se rea-

lizó la medida. La solución analítica completa de P y Q debido a la ecuación [REF: eq:ecuacion], es bastante voluminosa y, por no aterrar a los tiernos lectores, he preferido no ponerla.

5.1 El ángulo acimutal meridiano a_M

El ángulo a_M , comprendido entre la primera sombra y la línea meridiana del cuadrante, se puede expresar analíticamente con una expresión relativamente sencilla: [LABEL: eq:merid1] $\tan.a_M = (D_1 - D_3) \cdot (D_2 \cdot r_1 - D_1 \cdot r_2 \cdot \cos.a_1) + (D_2 - D_1) \cdot (D_3 \cdot r_1 - D_1 \cdot r_3 \cdot \cos.a_2) / D_1 \cdot [r_2 \cdot (D_1 - D_3) \cdot a_1 + r_3 \cdot (D_1 - D_2) \cdot a_2]$ De esta ecuación puede deducirse que: conocidos tres puntos de sombra y sus ángulos relativos, puede averiguarse el ángulo que forma con la línea umbral del primero de ellos la línea meridiana

5.2 Los ángulos horarios

Para averiguar los instantes, en tiempo solar verdadero, en los que se produce la medida de r_1, r_2, r_3 se empezará empleando la ecuación que proporciona la altura del sol: $h = j + d \cdot \cos.j \cdot \cos.d$. Se puede despejar en t , de tal suerte que $h_i = D_1$, de suerte que conozcamos a estas alturas (nunca mejor dicho) los valores de la declinación solar y la latitud. De esta forma se puede expresar los ángulos horarios como: $\cos.t_i = -D_i \cdot j \cdot d \cdot \cos.j \cdot \cos.d$. Ecuación que proporciona los ángulos horarios: t_1, t_2, t_3 para las tres sombras.

6 Un ejemplo

Como comprobación se ha ensayado un ejemplo, de solución conocida. Los datos son:

- La longitud del Ortostilo (varilla) es $= 10$ cm.
- Ortostilo que arroja tres sombras de longitud: $r_1 = 10.4871$ cm, $r_2 = 5.2033$ cm y $r_3 = 7.1102$ cm.
- Los ángulos entre sombras resultan ser $a_1 = 410.9995$ y $a_2 = 570.0284$.

Planteadas estos seis datos se procede a resolver el problema: Los valores de la longitud de los vectores Umbrales son: $D_1 = 14.4907$ cm, $D_2 = 11.2727$ cm y $D_3 = 12.2701$ cm.

El valor del azimut meridiano, calculado mediante la ecuación ([REF: eq:merid1]): $a_M = -290.9079$. (A la derecha de la primera recta)

Los valores de $P = \pm 0.371833$ y $Q = 0.646432$.

La latitud del lugar $j = 410.7769$.

La declinación solar $d = 100$.

