
ANALEMA

BOLETÍN DE LA ASOCIACIÓN DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- 1 EDITORIAL Editor
- 2 ABSTRACTS Redacción
- 3 APLICACIONES DEL MÉTODO
ANALÍTICO DE DISEÑO DE
RELOJES DE SOL BIFILARES R. Soler
- 9 EL DESPISTE DE Mr FOGG J. Meléndez
- 12 UN ABACO PARA TRANSFORMAR
HORAS IGUALES EN DESIGUALES A. Gunella
- 14 ANTECEDENTES DEL ASTROLABIO
DE ROJAS M.M. Valdés
- 19 GNOMÓNICA VECTORIAL
CAPITULO IX A. de Vicente

ASOCIACIÓN DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

Isaac Peral 48. 28040 - MADRID. ESPAÑA

JUNTA DIRECTIVA

Presidente: Luis Hidalgo Velayos
Vicepresidente: Jacinto del Buey Pérez
Secretario Gral: Manuel Lombardero Soto
Tesorero: Antonio de Vicente Candeira
Bibliotecario: Jesús de la Calle Montes

Consejo de Redacción: Vocales
Manuel María. Valdés Carracedo
Javier Moreno Bores
Miguel Ángel Hacar Benítez

Vocales Asesores:
Antonio Angulo Álvarez
Baltasar Soteras Elía
José Esteban Esteban

Socios de Honor:
Rafael Soler Gayá
José Luis Basanta Campos

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol fue creada en abril de 1988. Está legalmente reconocida y figura en el registro nacional de Asociaciones. Constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, geográficos, matemáticos, arquitectónicos y literarios relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, revisión y emplazamiento de los Relojes de Sol y otros instrumentos análogos. Para el cumplimiento de estos fines celebra reuniones periódicas, mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y publica cuatrimestralmente el Boletín Informativo "Analema", abierto a la colaboración de todos sus lectores.

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Comprobación y datación de cuadrantes y relojes antiguos.
- Información Bibliográfica referentes a temas relacionados con la Gnomónica
- Traducción o revisión de artículos de revistas, boletines y publicaciones.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares.

Estos servicios son prestados a sus Socios a título gratuito, o a coste estricto a las personas o entidades que así lo soliciten y sean presentadas por algún Socio. Los servicios de asesoramiento serán totalmente gratuitos para las entidades de carácter cultural

Para obtener la condición de Asociado es necesario la presentación por un Socio de la persona o entidad interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación económica como cuota anual es fijada libremente por el propio asociado, pudiendo ser nula si así lo desea. No obstante, para recibir con seguridad el presente Boletín y el resto de las publicaciones de la Asociación deberá aportar como mínimo el equivalente a los gastos de confección y envío postal del mismo.

En general y salvo indicación expresa, los artículos publicados en este Boletín podrán ser reproducidos o utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que se indique la existencia de derechos de propiedad del autor, o cualquier otro tipo de impedimento legal.

La Asociación no se hace, en ningún caso, responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, fórmulas, tablas, o cualquier otra clase de información contenida en los Boletines o en sus publicaciones colectivas. Agradece todo tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida a su autor y publicada en el Boletín si, su interés y generalidad lo hiciese conveniente, a juicio de la Junta que se reserva el derecho de adaptar, resumir, comentar o editar, con el previo conocimiento de su autor, los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de seis folios, incluyendo ilustraciones, salvo que su contenido aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de separata del Boletín.

EDITORIAL

En el presente boletín se han introducido algunas ligeras variaciones de su aspecto gráfico que seguramente ya han sido advertidas por sus lectores.

En primer lugar se ha modificado ligeramente la portada, aligerando el título de "Analema" con el empleo de letras huecas, y reduciendo el tamaño del índice.

También se ha variado el tipo de letra, reduciendo ligeramente su tamaño y empleando unos caracteres más ligeros, para contrarrestar en lo posible el exceso de grosor que introduce el elemental sistema de reproducción reprográfica empleado. Esta reducción ha permitido disminuir el número de páginas de texto que ha pasado de veinticinco a veintiuna, con un contenido análogo.

Se ha intentado conseguir cierta uniformidad en la presentación de los artículos utilizando el mismo espaciado, titulación, márgenes y demás elementos tipográficos. Se ha mantenido el criterio de que los artículos ocupen página completa, ajustando los tamaños y márgenes de las ilustraciones y figuras o añadiendo comentarios y notas en caso necesario.

Evidentemente todas estas ligeras modificaciones, que pueden pasar desapercibidas, son de escasa importancia. Se hace mención de las mismas con objeto de que nuestros asociados puedan apreciar que dentro de la estrecha limitación obligada por los reducidos medios económicos de la Sociedad, intentamos mejorar las condiciones materiales del Boletín.

Algunos lectores nos han preguntado por qué no seguimos empleando el logotipo de la Asociación, que se utilizó en la portada de los primeros números de "Analema". Debemos indicarles que la Asociación fue creada en 1988, vigente entonces la Ley de Asociaciones que dio estado oficial a su existencia y aprobó sus estatutos, pero no se registró legalmente ninguna marca comercial o logotipo. Las circunstancias han cambiado en la actualidad, por lo que pedimos a los asociados que nos propongan un nuevo logotipo, ya que el anterior no era del agrado de todos. Iremos publicando sucesivamente las propuestas recibidas.

Asimismo nos proponemos preparar un documento con el título de Socio, que será enviado a quienes lo soliciten. También pedimos la colaboración de los numerosos asociados que han demostrado poseer un desarrollado sentido artístico, para preparar la orla correspondiente.

La posibilidad de mejorar considerablemente la presentación del Boletín, con impresión tipográfica, reproducción de fotografías, calidad del papel e incluso el empleo de color no está en nuestras manos, por ahora ni en un futuro inmediato

Pero sí nos es posible mejorar el contenido del mismo mediante una más copiosa colaboración de sus lectores, a los que seguimos pidiendo el envío de artículos, cartas, comentarios, notas y sugerencias.

EDITOR

ABSTRACTS

3 DESIGN OF BIFILARS SUNDIALS BY ANALYTIC METHODS

The Author of this article, Dr. Ing. R. Soler, is an eminent Gnomonist who has published two books on Gnomonics and many articles on this subject, some in our own Bulletin. He is Honorary Member of the Society and has erected a great number of sundials in the Balearic Islands, where he has been Director of Ports Authority for many years. In this article he tells us how to calculate an bifilar sundial by the analytic method, and add various examples of dials based on his concepts and constructed by himself in several places.

The Bifilar Sundial was the invention of the astronomer H. Michnik that in 1922 published in the German Bulletin *Astronomische Nachrichten* an article intituled THEORIE EINER BIFILAR SONNENUHR.

That dial were constituted by two real threads crossing orthogonally. But now the so-called "bifilars" do not use threads at all, they can be, and usually they are, substituted by any convenient line (parabolic, hyperbolic, catenaria etc), as seen in some examples that are exposed in this article

9 MR. FOGG MISTAKE, OR PERHAPS A J. VERNE ERROR

R. Meléndez Tercero remember us of Mr Fogg, the central personage in the novel of the famous French writer Jules Verne "*Le tour du Monde en 80 jours*" (Around the Earth in eighty days).

Mr Fogg, a distinguished and a little eccentric personage, stated in his select London club that he could make the tour of the World in only 80 days. We must consider that the action was placed in 1872, (no regular transport lines nor planes, no Tour-Operators, no overbook), so he took a risky bet because he was betting all his considerable fortune against a confabulation of not too honest men

As it is known by readers of this novel Mr Fogg returned home a day latter than specified, and apparently lost his bet. But finally he found out that rounding the Earth eastward he had won a full day, because he was moving against the Sun patch at a rate of one hour every 15° of longitude and consequently he arrived to the departure point, the Club, just at time to win. To here, an happy end. (He could marry the Indian Princess he carried on most of the journey, we think)

But the author of this article does not agree. He claims that Jules Verne committed an error letting win Mr Fogg, because the "Line of Change of Day" was not established until many years late. So he lost and ought give all his fortune, Indian Princess included, to his adversaries.

We think that the terms of the betting were not clear, and both interpretations are possible, but the real fact is that nowadays one must change the day date on crossing this line.

12 AN ABACUS THAT TRANSFORM EQUAL HOURS INTO UNEQUAL HOURS

A. Gunella is a distinguished Italian Gnomonist, frequent collaborator of our Bulletin specially on historic themes. In this article he explains how to design an abacus frequently found in the back side of astrolabes. This abacus was used to transform equal into unequal hours.

Unequal hours were used for religious or astrological purposes, although obviously only equal hours were used by Astronomers. He founds many precedents in the "Açaphea" of Al-Zarqali, in Guillemus Anglicus and in Gemma Frisius. But the diffusion of this instrument was accomplished trough Juan de Rojas's book *Commentarium in Astrolabium*, in the first half of 16th Century.

14 ANTECEDENTS OF ROJAS'S ASTROLABE

This is an extensive commentary about the precedent article "*An abacus that transform Equal Hours into inequal hours.*" In order to find the origins of the orthographic projection of the sphere M.M. Valdés goes back to Al-Biruni and the "Escuela de Traductores de Toledo," where so many books were translated from Arabic to the Latin and Castilian languages. He inserts some quotations of Azarquiel found in the "Libros del Saber de Astronomía" of the King Alphonsus X of Castile, and also two drawings of the astrolabe, with an universal orthographic projection. He explains how this instrument was used, and finds that possibly an error has slipped into those instructions

19 VECTORIAL GNOMONICS. Chapter IX

A de Vicente presents the 9th chapter of his study on Vectorial Gnomonic. It explains the formulas and parameters used to calculate Italic and Babylonian Hours, and also Sideral time.

El Dr. Ingeniero Rafael Soler Gayá es una figura muy conocida dentro del ámbito de la Gnomónica, ciencia sobre la que ha escrito dos libros muy apreciados. Ha construido numerosos y originales relojes de sol, organizado un simposio internacional sobre Gnomónica en Palma de Mallorca y ha sido seleccionado y premiado en concursos internacionales. Es colaborador habitual del Boletín Informativo de nuestra Asociación, de la que es Socio de Honor. En este artículo nos presenta un tema original y poco conocido: Cálculo y diseño de relojes bifilares, cuando los "hilos" no son rectas, sino curvas analíticas cualesquiera. Incluye varios ejemplos de relojes construidos por el Autor.

APLICACIONES DEL MÉTODO ANALÍTICO DE DISEÑO DE RELOJES DE SOL BIFILARES

RAFAEL SOLER GAYÁ

Seguidamente se expone el conocido método general (ver ANALEMA - Mayo-Agosto 1991 - M.A. Hacar "Relojes de Sol bifilares") que ha sido preparado para el cálculo de cualesquiera relojes de sol bifilares, con proyección sobre cualquier plano, y aplicado a varios casos de "hilos" o curvas de directrices sencillas y fáciles de materializar, sea por corresponder a curvas que se forman de un modo natural, sea por ser de fácil construcción y de ecuaciones de simple expresión analítica.

EXPOSICIÓN DEL MÉTODO GENERAL

La significación de las variables y de los parámetros que intervienen en los siguientes cálculos se expone al final.

Como es sabido las líneas horarias y de declinación (usualmente las de los meses zodiacales) pueden ser definidas analíticamente partiendo de los "hilos" o directrices curvas expresadas por medio de ecuaciones paramétricas.

Si en el espacio, con un sistema trirectangular (ver la figura 1) de eje X (Este+ / Oeste-), de eje Y (Norte - / Sur+) y de eje Z (Zenit+ / Nadir-) se expresan las direcciones de los rayos solares a través de los cosenos directores x_0, y_0, z_0 (es decir, los de los ángulos producidos por la dirección de los rayos del Sol con cada uno de los ejes X Y Z en el sentido indicado) se sabe que en un lugar cuya latitud es φ y a una hora cuyo ángulo horario es ε y cuya declinación solar es α los correspondientes valores son:

$$\begin{aligned} x_0 &= OA_x / OA = \cos \alpha \sin \varepsilon \\ y_0 &= OA_y / OA = \sin \alpha \sin \varphi + \cos \alpha \sin \varphi \cos \varepsilon \\ z_0 &= OA_z / OA = \sin \alpha \sin \varphi + \cos \alpha \cos \varphi \cos \varepsilon \end{aligned}$$

Sean "l" y "m" los parámetros utilizados para definir las directrices curvas que proyectan sombra, cuyas expresiones serán las siguientes

$$\begin{aligned} \text{Directriz o "hilo 1"} : \quad x &= x(l); \quad y = y(l); \quad z = z(l) & (1) \\ \text{Directriz o "hilo 2"} : \quad x &= x(m); \quad y = y(m); \quad z = z(m) & (2) \end{aligned}$$

Si consideramos dos rectas que se apoyan en un determinado momento sobre cada una de las dos curvas directrices (1) y (2), paralelas al rayo solar, se formarán dos cilindros proyectantes de fácil definición pues si (x, y, z) son las coordenadas de un punto cualquiera situado sobre la recta que corresponde a las curvas directrices con valores particulares de los parámetros l y m se tiene obviamente:

$$\text{Cilindro de la curva 1:} \quad [x - x(l)] / x_0 = [y - y(l)] / y_0 = [z - z(l)] / z_0 \quad (3)$$

$$\text{Cilindro de la curva 2:} \quad [x - x(m)] / x_0 = [y - y(m)] / y_0 = [z - z(m)] / z_0 \quad (4)$$

Sea ahora un plano OKL que pasa por el origen O de coordenadas, cuya ecuación y ángulo ψ que forma con la vertical, son:

$$Ax + By + Cz = 0 \quad (5)$$

$$\sin \psi = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (6)$$

y donde incide en P un rayo SRP que pasa por ambas directrices.

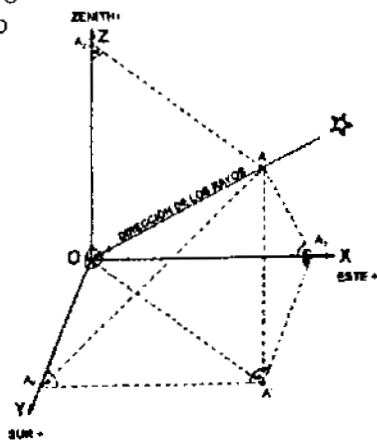


Figura 1. Cosenos directores

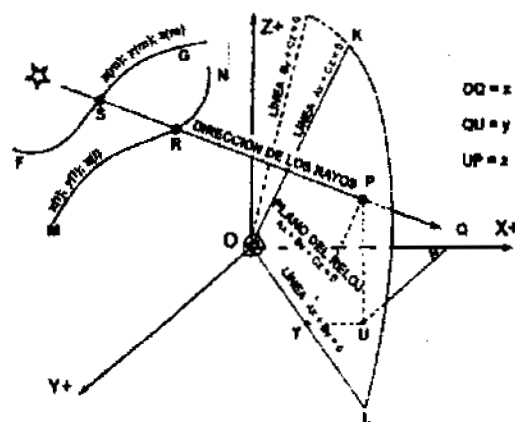


Figura 2. Generación de las curvas proyectadas

Si al punto R de la curva directriz MN corresponde en determinado momento el punto P de proyección del rayo solar sobre el plano OKL , cuyas coordenadas son (x, y, z) , se tendrá por (3):

$$x = \frac{x_0}{z_0}[z - z(l)] + x(l) \quad y = \frac{y_0}{z_0}[z - z(l)] + y(l) \quad (7)$$

y para el punto S de la curva directriz FG análogamente por (4):

$$x = \frac{x_0}{z_0}[z - z(m)] + x(m) \quad y = \frac{y_0}{z_0}[z - z(m)] + y(m) \quad (8)$$

Sustituyendo (7) en (5) resulta:

$$z = \frac{Az_0x(l) + Bz_0y(l) - Ax_0z(l) - By_0z(l)}{Cz_0 - Ax_0 - By_0} \quad (9)$$

quedando así definido el punto P por sus tres coordenadas mediante las expresiones (7) y (9). Ahora bien, nos interesan aquellos puntos P que también corresponden a la intersección del plano OKL con el cilindro proyectante de la directriz FG , para cuyos puntos P , habida cuenta de que las coordenadas (x, y, z) son iguales en las dos proyecciones de FG y de MN , de (7) y (8) se deduce, al tener z el mismo valor e iguales los valores de x y de y .

$$z_0[x(l) - x(m)] = x_0[z(l) - z(m)] \quad z_0[y(l) - y(m)] = y_0[z(l) - z(m)] \quad (10)$$

Resulta así que para cada uno de los valores de x_0, y_0, z_0 dependientes de α, φ y ε se tiene en (10) un sistema de dos ecuaciones con las incógnitas l y m que permite teóricamente eliminar m y obtener una ecuación en l , que una vez resuelta, y sustituyendo en (9) y (7) nos define las coordenadas de P para puntos que corresponden a los diversos ángulos α (líneas de declinación o calendario), o a los diversos ángulos ε (líneas horarias de tiempo verdadero), obteniendo así por puntos estas dos líneas consiguiéndose el objeto pretendido.

Y expuesto este método general cabe, a modo de ligera digresión, señalar que también es aplicable a los cuadrantes ordinarios de cualquier clase; si la punta del gnomon viene determinada por las coordenadas (a, b, c) los puntos (x, y, z) de los rayos solares que pasan por ella cumplen la condición:

$$\frac{x-a}{x_0} = \frac{y-b}{y_0} = \frac{z-c}{z_0} \quad \text{de donde se deduce}$$

$$x = \frac{x_0(z-c)}{z_0} + a \quad y = \frac{y_0(z-c)}{z_0} + b \quad (11)$$

y sustituyendo en (5)

$$A \frac{x_0}{z_0} z - A \frac{x_0}{z_0} c + Aa + B \frac{y_0}{z_0} z - B \frac{y_0}{z_0} c + Bb + Cz = 0$$

$$z = \frac{Ax_0c + By_0c - Az_0a - Bz_0b}{Ax_0 + By_0 + Cz_0} \quad (12)$$

las expresiones (11) y (12) permiten obtener directamente las coordenadas sobre el plano (referidas a los ejes X, Y, Z) de las líneas de declinación y horarias dando valores a α y a ε . Para los relojes verticales ortomeridianos: $A=0, B=1, C=0$; para los laterales: $A=1, B=0, C=0$; para los horizontales: $A=0, B=0, C=1$; para los inclinados ψ versus Norte ortomeridianos: $A=0, B=\text{ctg } \psi, C=1$; para los inclinados ψ versus Oeste y orientados al Este: $A=\text{ctg } \psi, B=0, C=1$; para un caso general de cuadrante inclinado ψ y declinación δ hacia el Este: $A=\text{tg } \delta, B=1, C=(1+\text{tg}^2 \delta) \text{tg } \psi$.

La parte más dificultosa del método general se encuentra en la resolución del sistema (10) a poco que se compliquen las ecuaciones (1) y (2) de las directrices. Para el dibujo de las líneas no es práctico utilizar las coordenadas (x, y, z) sino adoptar el mismo origen O pero tomar OL como eje de abscisas y su perpendicular por O sobre el plano OKL para el de ordenadas; resultan así unas coordenadas x' y z' según la conocida transformación:

$$x' = y \text{sen } \hat{XOL} + x \cos \hat{XOL} \quad \text{siendo} \quad \text{tg } \hat{XOL} = -A/B$$

$$z' = z / \cos \psi \quad \text{siendo} \quad \text{sen } \psi = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

A pesar de este cambio de coordenadas los cálculos son generalmente muy laboriosos aunque se introduzca el auxilio de un ordenador.

APLICACIONES

Seguidamente se exponen algunas aplicaciones realizadas por el autor, sencillas o complicadas, y con casos en que resultaría impensable su resolución sin el auxilio de un ordenador.

Caso 1. (figura 3).

Recta horizontal Este-Oeste, a la distancia d del plano XZ y en el plano XY , y recta vertical contenida en el plano YZ a la distancia $2d$ de O . Se ha tomado $d=1$. Plano de proyección: $y=0$ ($A=0$, $B=1$, $C=0$). $\varphi=39,51^\circ$.

Directriz 1: $x(l) = 1$ $y(l) = 1$ $z(l) = 0$

Directriz 2: $x(m) = 0$ $y(m) = 2$ $z(m) = m$

No construido. Solo didáctico (Es el clásico de Michnik)

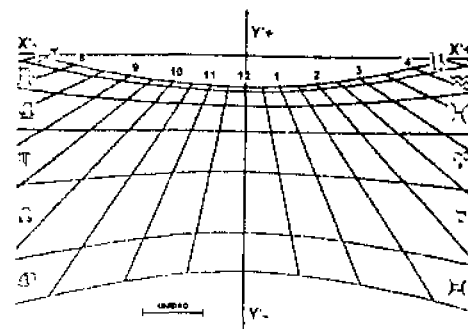


Figura 3. - CASO 1.- VERTICAL (diseño).
Líneas rectas horizontal y vertical.
Lin. Hor. 1/2 hora. Línea dec.: meses zodiacales

Caso 2. (figura 4).-

Parábola en el plano XZ (forma natural que adopta un chorro de agua) con el vértice a la altura h y eje vertical, concavidad hacia el Nadir y recta horizontal en el plano YZ a la altura $0,5h$. Se ha tomado $h=1$. Plano de proyección: $z=0$ ($A=0$, $B=0$, $C=1$). $\varphi=50,965^\circ$

Directriz 1: $x = 0$ $y = 1$ $z = 0,5$

Directriz 2: $x = m$ $y = 0$ $z = -m^2 + 1$

Propuesto en el concurso internacional de Genk de 1996 pero no seleccionado.

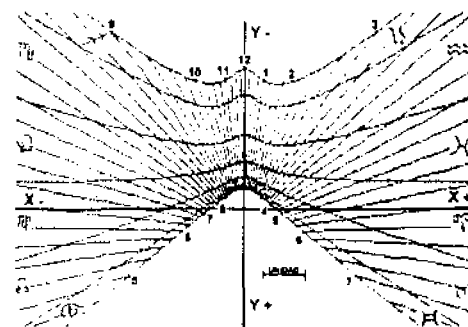


Figura 4.- CASO 2.- HORIZONTAL (diseño).
Parábola convexa en plano vertical E-W.
Línea recta horizontal N-S.
Inédito (proyecto fuente 9.25m. diám. 0.5m. alto)

Caso 3. (figuras 5 y 6).-

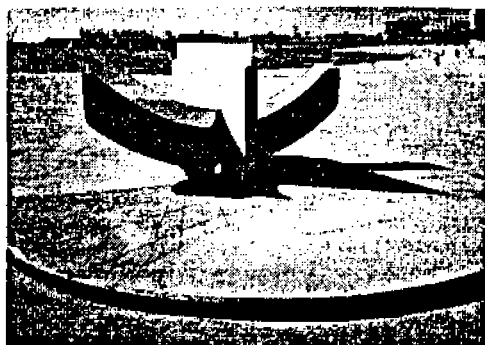


Figura 5.- CASO 3.- HORIZONTAL (foto).
Parábola cóncava en plano vertical E-W.
Línea recta horizontal N-S.
Construido en Barcelona: 6,8m diám. 2,0m alto.

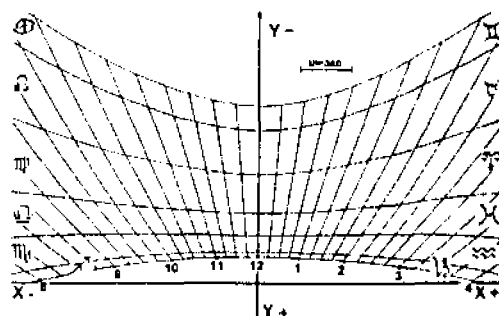


Figura 6.- CASO 3.- HORIZONTAL (diseño).
Líneas horarias: 1/4 hora.
Líneas de declinación: meses zodiacales.
Construido en hormigón y acero inoxidable.

Parábola en el plano XZ con el vértice a la altura h y eje vertical, concavidad hacia el Zenith y recta horizontal en el plano YZ a la altura $2h$. Se ha tomado $h=1$. Plano de proyección: $z=0$ ($A=0$, $B=0$, $C=1$). $\varphi=41,40^\circ$

Directriz 1: $x = 0$ $y = 1$ $z = 2$

Directriz 2: $x = m$ $y = 0$ $z = m^2/4 + 1$

Cuadrante construido en la Villa Olímpica de Barcelona. (Paraje del Bogatell).

Caso 4. (figuras 7 y 8).-

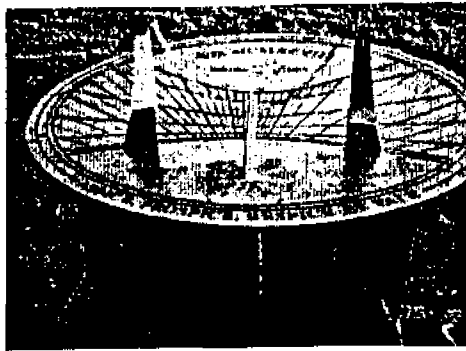


Figura 7.- CASO 4.- HORIZONTAL (foto).
Catenaria en plano E-W.
Línea recta polar.
Parque de Genk: 1,000 x 0,860 x 0,244 m

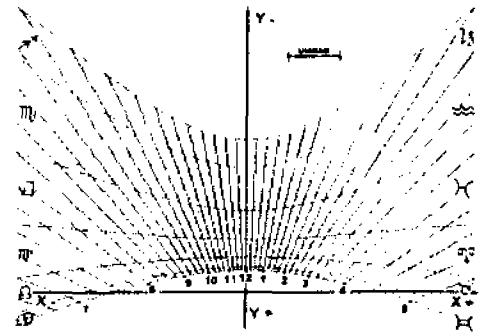


Figura 8.- CASO 4.- HORIZONTAL (diseño)
Líneas horarias: 1/4 hora.
Línea de declinación: meses zodiacales.
Construido en acero inoxidable

Catenaria con vértice a una altura h suspendida de dos columnas en el plano XZ de $2,381h$ de altura y separadas $4h$ y recta inclinada en el plano YZ paralela al eje de la Tierra (ángulo φ con el plano XY) que pasa a la altura $2h$ por el eje Z . Se ha tomado $h=1$. Plano de proyección: $z=0$ ($A=0$, $B=1$, $C=0$). $\varphi=50,965$.

Seleccionado en el concurso de Genk de 1996 pero reduciendo su tamaño y construyéndolo en acero inoxidable, y no en una combinación de metales y hormigón.

Directriz 1:	$x = 0$	$y = l$	$z = 2,1,233l$
Directriz 2:	$x = m$	$y = 0$	$z = 0,5+0,5chm$

En este caso la ecuación en l (o m) resultante del despeje del sistema (10) fue resuelta con el auxilio de ordenador.

Caso 5. (figuras 9, 10 y 11).-

Disco horizontal de diámetro d a una altura d sobre el plano XY y con su centro proyectado sobre el eje Y a la distancia $0,5d$ del origen y recta vertical pasando por el centro del círculo. Se ha tomado $d=1$. Plano de proyección pasando por el eje X e inclinado la latitud φ hacia el norte: ($A=0$, $B=\tan \varphi$, $C=1$) $\varphi=47,290^\circ$

Directriz 1:	$x = 0$	$y = 0,5$	$z = 1$
Directriz 2:	$x = 0,5 \cos m$	$y = 0,5+0,5 \sin m$	$z = m$

El sistema (10) da lugar a dos soluciones con una raíz cuadrada de doble signo; la sombra de la varilla en la parte inferior al círculo corresponde al signo (-) y la de la parte superior al signo (+).

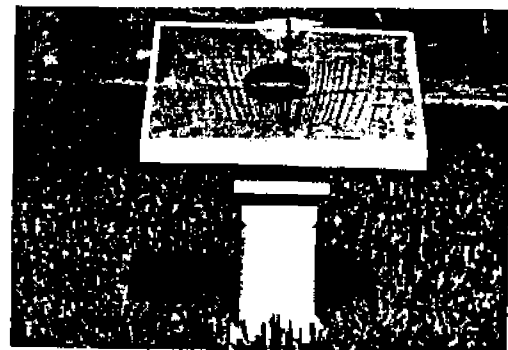


Figura 9.- CASO 5.- INCLINADO (foto)
Disco circular horizontal.
Línea recta vertical en su centro.
Modelo construido a escala 1/8.

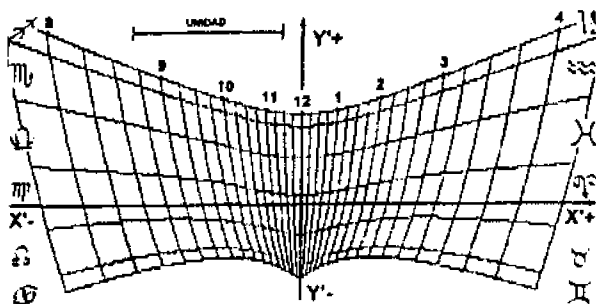


Figura 10.- CASO 5.- INCLINADO (diseño inf.).
Líneas horarias: 1/4 hora.
Líneas de declinación: meses zodiacales.
Dimensiones proyecto: 154 x 80 cm; $\varnothing$ 40 cm.

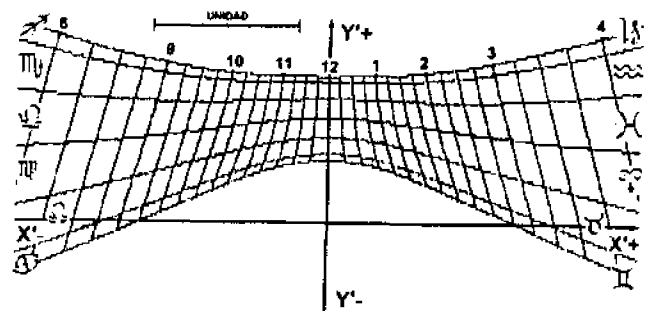


Figura 11.- CASO 5.- INCLINADO (diseño sup.).
Líneas horarias: 1/4 hora.
Líneas de declinación: meses zodiacales.
No construido.

Fue propuesto en el concurso de Reutte de 1998; pero no seleccionado. Construido, pues se aportó una maqueta en piedra y acero inoxidable a escala 1/8

Caso 6 (Figuras 12, 13, y 14)

Disco horizontal de diámetro $2r$ con el centro en el eje Z a una altura h (se ha tomado $2r=h=1$) y varilla coincidiendo con el eje Z .

Plano de proyección el XY ($A=0$, $B=0$, $C=1$) $\varphi=39,571^\circ$.

Directriz 1: $x = 0$ $y = 0$ $z = 1$
 Directriz 2: $x = 0,5 \cos m$ $y = 0,5 \sin m$ $z = 1$

También en este caso se producen dos soluciones según las sombras superior o inferior de la varilla; para latitudes bajas la segunda solución es inoperante al producirse bucles o puntos dobles en las curvas, al igual que sucedería en el caso 5.

Portátil 15 x 10 cm $\varnothing$ 4 mm.

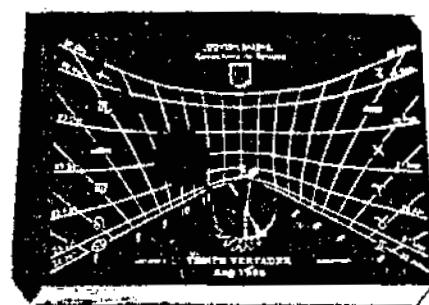


Figura 12.- CASO 6.- HORIZONTAL (foto).
 Disco circular horizontal.
 Línea recta vertical en su centro.

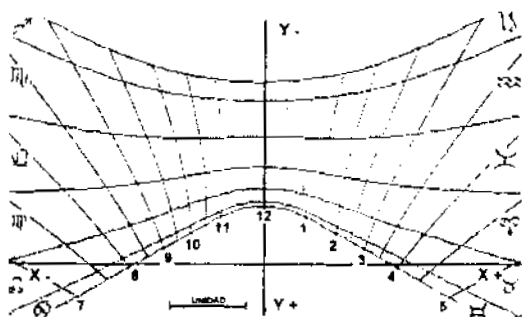


Figura 13.- CASO 6.- HORIZONTAL (diseño sup.).
 Líneas horarias: $\frac{1}{2}$ hora.
 Líneas de declinación: meses zodiacales.
 Construido en metacrilato y acero inoxidable

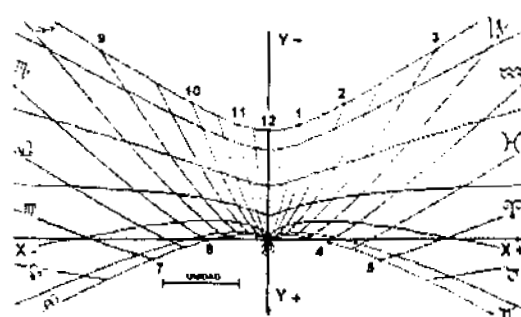


Figura 14.- CASO 6.- HORIZONTAL (diseño inf.).
 Líneas horarias: $\frac{1}{2}$ hora
 Líneas de declinación: meses zodiacales.
 No construido.

Construido por la Conselleria de Turismo del Govern Balear en acero inoxidable y metacrilato, como objeto de regalo.

Caso 7 (figuras 15 y 16)

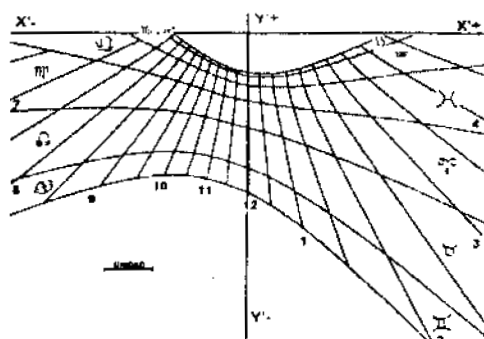


Figura 15.- CASO 7.- VERTICAL (diseño inf.).
 Disco circular vertical declinando 10° E.
 Línea recta perpendicular por su centro.
 Seleccionado pero no construido.

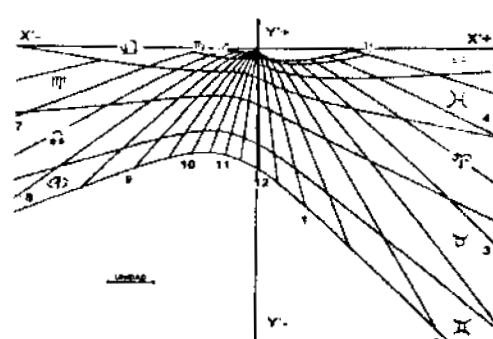


Figura 16.- CASO 7.- VERTICAL (diseño sup.).
 Líneas horarias: $\frac{1}{2}$ hora.
 Líneas de declinación: meses zodiacales.
 No seleccionado.

Disco vertical de diámetro $2r$ que declina δ con el plano XZ a la distancia d del origen y recta perpendicular al disco por su centro (pasando pues por el origen). Se toma $2r=d=1$ y $\delta=10^\circ$. Proyección sobre el plano paralelo al disco por el origen: $x \tan \delta + y = 0$ ($A=\tan \delta$, $B=1$, $C=0$) $\varphi=39,571^\circ$.

Directriz 1: $x = 1 \tan \delta$ $y = 1$ $z = 0$
 Directriz 2: $x = d \sin \delta + r \cos \delta \cos m$ $y = d \cos \delta - r \sin \delta \cos m$ $z = r \sin m$
 $d = 1$ $r = 0,5$ $\delta = 10^\circ$

Proyectado para fachada de un local de Palma.

SIGNIFICACIÓN DE LOS SÍMBOLOS

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
X	Eje horizontal Este+ Oeste - en un sistema trirrectangular.	x	Coordenada relativa al eje X de un punto del espacio.
Y	Eje horizontal Norte - Sur+ en un sistema trirrectangular.	$x(l) \ x(m)$	Función de l ó m para definir la coordenada correspondiente a l ó m .
Z	Eje vertical Zenith+ Nadir - en un sistema trirrectangular.	y	Coordenada relativa al eje Y de un punto del espacio.
x_0	Coseno director del ángulo del rayo solar con el eje X .	$y(l) \ y(m)$	Función de l ó m para definir la coordenada y correspondiente a l ó m .
y_0	Coseno director del ángulo del rayo solar con el eje Y .	z	Coordenada relativa al eje Z de un punto del espacio.
z_0	Coseno director del ángulo del rayo solar con el eje Z (complementario de la altura solar).	$z(l) \ z(m)$	Función de l ó m para definir la coordenada z correspondiente a l ó m .
α	Declinación solar, positiva en primavera y verano, negativa en otoño y en invierno, nula en los equinoccios.	A	Coefficiente de la coordenada x de un punto de un plano pasando por el origen.
ε	Ángulo horario positivo por la tarde, negativo por la mañana, nulo al mediodía.	B	Coefficiente de la coordenada y de un punto de un plano pasando por el origen.
φ	Latitud del lugar, positiva en el hemisferio norte.	C	Coefficiente de la coordenada z de un punto de un plano pasando por el origen.
δ	Declinación del cuadrante o de su traza sobre el plano horizontal positiva hacia el Este.	a	Coordenada de la punta del gnomon según eje X
l	Parámetro variable que define la curva directriz (l)	b	Coordenada de la punta del gnomon según eje Y
m	Parámetro variable que define la curva directriz (m)	c	Coordenada de la punta del gnomon según eje Z
ψ	Ángulo del plano del reloj con el horizontal.		

RAFAEL SOLER GAYÁ. Enero 2001

NOTA DE LA REDACCIÓN

H. Michnik publicó en 1914 su *BEITRÄGE ZUR THEORIE DES SONNENHUREN*, iniciando así sus publicaciones sobre Gnomónica.

En 1922 publicó en la revista alemana *Astronomische Nachrichten* un artículo muy interesante sobre un nuevo tipo de reloj solar "THEORIE EINER BIFILAR SONNENUHR". Este artículo ha sido traducido al español y publicado 70 años después en el Boletín "Analema".

Anteriormente ya se había traducido y también publicado en *Analema*, otro interesante artículo del mismo autor: *KONSTRUKTION EINER SIDERISCHEN SONNENUHR* en el que se analiza la construcción de un extraordinario reloj solar que indica el tiempo sidéreo.

La teoría del reloj solar bifilar, fue presentada por Michnik exclusivamente como el lugar geométrico de la intersección de las sombras, causadas por la luz solar, de dos hilos o líneas rectas, uno de ellos vertical y el otro orientado en dirección E-W. Dio lugar en su día a algunas, no muy numerosas, construcciones de relojes de este nuevo tipo,

M.A. Hacar generalizó esta teoría (ver artículo publicado en *Analema 2*) con una formulación casi exclusivamente matemática, ampliando y generalizando el concepto de "hilo" a cualquier línea definible analíticamente

J. Moreno Bores expuso en *Analema 16* un reloj bifilar en el que uno de los "hilos" es en realidad una circunferencia y el otro una línea recta.

De nuevo y finalmente por ahora, J. Moreno Bores amplió aún más el concepto de reloj "bifilar" al "bisuperficial", en

los que la hora viene determinada por la intersección de las sombras de dos superficies (ver *Analemas 18 y 19*)

El cálculo y diseño de algunos de los prototipos antes reseñados no es sencillo, ni aún acudiendo al auxilio del ordenador. Digamos que es más bien laborioso y, en ciertos casos, frustrante. (No recomendado, e incluso desaconsejado, para novicios gnomonizantes)

R. Soler Gayá que no es novicio en estos temas, antes al contrario Gran Maestro de la Orden Gnomónica, ha desarrollado y utilizado estas teorías y cálculos que definen los relojes mal llamados "bifilares", pues sus gnomones ya no están constituidos por dos hilos. Como bien queda expuesto en el presente artículo ha calculado, diseñado y construido numerosos relojes "bilineales" de una admirable originalidad, algunos de los cuales han conseguido menciones o premio en concursos internacionales.

La notable exposición de lo que él llama "Casos" (con anterioridad ya se habían construido varios relojes bifilares con hilos rectos, como en el "Caso 1") representa una valiosa aportación al panorama actual de estos casi desconocidos, sorprendentes y, en algunos casos, bellos relojes solares.

Esta es la modesta opinión de quien esta nota escribe, que fue el primer (y posiblemente único) traductor al español hace once años de los artículos de Michnik. Pero que no ha pensado, ni piensa, calcular ningún reloj solar de este tipo, excepto el clásico bifilar de hilos rectos de Michnik.

Ab ordinatoribus calculanda libera nos, Domine

MIS □

El Autor, R. Meléndez Tercero es un antiguo asociado que ha colaborado varias veces en nuestro Boletín. Excelente aficionado a la Gnomónica, ha construido un enorme y original reloj de sol floral en Bembibre. Ha preparado un curioso vídeo donde se ve como los rayos del Sol penetran por una larga galería inclinada hasta el fondo de la mina, en determinadas horas y días del año. En este artículo presenta una discutible cuestión referente a la famosa apuesta de Mr Fogg, en una conocida novela de J. Verne.

EL DESPISTE DE Mr FOGG Y QUIZÁ EN CIERTO MODO DE JULIO VERNE

ROGELIO MELÉNDEZ TERCERO

UNA APUESTA FAMOSA

Entre las célebres novelas del francés Julio Verne figura *"La Vuelta al Mundo en 80 días"* que narra el viaje de Mr Phileas Fogg alrededor del Mundo, con motivo de una apuesta efectuada en su club de Londres. El viaje lo completó el Sr. Fogg en 80 días (o si se quiere en 24 x 80 horas), aunque a punto estuvo de perder la apuesta por una, digamos..... circunstancia singular.

La novela lo cuenta así: en 1872 el Sr. Fogg se comprometió a dar la vuelta al Mundo en 80 días. Salíó de la estación de Londres el miércoles 2 de octubre de 1872 a las 8 de la tarde y 45 minutos y debería estar de vuelta y justamente en el punto de partida el sábado 21 de diciembre a la misma a hora. Completaría pues el viaje en 115.200 minutos ó en 6.912.000 segundos como máximo. Tras numerosas peripecias y avanzando siempre hacia el Este retornó a Londres el 20 de diciembre (viernes) a las nueve menos diez de la tarde; pero según su cuenta particular era el 21 sábado. El Sr. Fogg creyó que por tan sólo 5 minutos había perdido la apuesta. Y así habría sido, si su criado Picaporte no se hubiese dado cuenta (tan sólo 10 minutos antes de finalizar el plazo) que en realidad habían llegado a Londres exactamente 24 horas antes de lo que pensaban!! Aprovechando al máximo los 10 minutos logró presentarse en el *"Reform Club"* (su punto de llegada) cuando el reloj de péndulo del mismo señalaba las 20 horas 44 minutos y 57 segundos del día 21 de diciembre. Ganó la apuesta a falta de sólo.... 113 segundos!! para que expirase el plazo.

Meticulosamente Phileas Fogg fue calculando la hora a partir de las indicaciones del reloj de bolsillo de su criado y acompañante Picaporte, el cual mantuvo rigurosamente durante todo el trayecto la hora correspondiente a Londres. Aquel reloj no señalaba la fecha pero cada vez que las agujas horarias del mismo completaban 2 vueltas, contaban los viajeros un día. Señala Julio Verne que contando el tiempo de este modo para Fogg habían pasado 80 días mientras que para sus amigos en Londres sólo 79. Había ganado pues, sin darse cuenta un día; que habría perdido por el contrario si el viaje lo hubiese realizado en sentido inverso (hacia el Oeste).

En mi opinión, la explicación del genial novelista es incorrecta, al menos desde cierta perspectiva.

INDICACIÓN DEL ERROR

En un artículo destinado a los lectores de *Analema* considero de todo punto innecesario insistir en una serie de conceptos, que aunque extraños para muchas personas son perfectamente dominados por los amantes de la gnomónica. Baste pues recordar que en la Inglaterra de 1872 cuando se hablaba de medir el tiempo se daba por entendido que era el registrado por los relojes "no solares" y de uso corriente entonces (de pared, de bolsillo....). Así se hace constar expresamente en la novela.

Se trata de medidas en *tiempo solar medio*, que como sabemos viene dado por relojes rigurosamente sincronizados con un sol ficticio (llamado sol medio) que cruza exactamente cada 24 horas el meridiano de un lugar concreto.

Como también es sabido todavía no se había puesto en practica el sistema internacional de los *husos horarios*, ni desde luego la moderna costumbre de los adelantos o atrasos de los horarios de verano o invierno.

Dicho esto quiero destacar que el tema podría examinarse desde situaciones muy diferentes (variando alguno de los datos); pero ello supondría hacer una exposición larga, complicada y tediosa. Me ceñiré pues justamente al caso descrito en la novela y recurriendo a un argumento sencillísimo.

Sean dos relojes mecánicos A y B ambos perfectamente sincronizados (hasta el punto de detectar un intervalo de 3 segundos en 80 días como en la novela) y cuyo ritmo de marcha sea totalmente igual. El reloj A se queda en Londres y el B es transportado en un viaje por todo el Mundo (reloj de Mr Fogg); incluso en un alarde de imaginación supongamos que también por La Luna u otro planeta; pero, eso sí, permaneciendo siempre sincronizado con la hora del reloj A, tal y como se cuenta en la novela.

Pues bien, en este caso al cabo de un tiempo T (cuando de nuevo se junten los dos relojes) tienen ambos que haber contado forzosamente el mismo número de horas, minutos y segundos.

Al cabo de un tiempo T ambos relojes coincidirán por tanto en la HORA, el MINUTO el SEGUNDO ytambién en la FECHA



JULES VERNE

UNA EXPOSICIÓN MÁS COMPLEJA

A la misma conclusión llegamos siguiendo un razonamiento más complejo; que aconsejo hacer teniendo delante una esfera terrestre.

Daremos por supuesto -lógicamente- que como los personajes de la novela hablamos del tiempo tal y como se medía en el año en el que se sitúan los hechos.

Pues bien si viajamos hacia el Este manteniendo siempre (como el criado del Sr. Fogg) el reloj sincronizado con el horario del punto de partida, progresivamente este se ira ATRASANDO respecto a la hora que corresponde a los distintos países de nuestro viaje alrededor del Mundo.

Habrà no obstante un brusco salto en sentido contrario de modo que nuestro reloj se hallará de pronto ADELANTADO, pero después se continuará ATRASANDO. Al llegar finalmente al punto de partida, la HORA, el MINUTO y el SEGUNDO (siempre según nuestro reloj como en la novela) coincidirán exactamente con los del lugar de comienzo del viaje. Asimismo habrá coincidencia en la FECHA.

Aunque el novelista está acertado en cuestiones muy puntuales (el continuo retraso del reloj de Picaporte por ejemplo); LA ARGUMENTACIÓN PRINCIPAL ESTÁ EQUIVOCADA.

Si el viaje lo hubiesen realizado hacia el Oeste el resultado final habría sido el mismo, muy en contra de lo que afirma Julio Verne. Ocurriría primeramente que el horario del reloj del viajero iría progresivamente ADELANTÁNDOSE al de los lugares de su periplo hasta llegar al brusco ATRASO que finalmente y de modo progresivo se anularía porque el reloj del viajero continuaría ADELANTÁNDOSE. Por tanto, la diferencia que señala el novelista es imposible que se produzca.

OTROS ENFOQUES

Como dije anteriormente el tema puede analizarse desde situaciones muy diversas y existen un sinnúmero de detalles más que podrían traerse a colación (las veces que los viajeros pudieron observar el paso del Sol, las vueltas que realmente dieron en torno al eje terrestre, las diferencias con respecto a lo que pudieron ver y hacer sus colegas de Londres, la tendencia al "acortamiento" o al "estiramiento" de los sucesivos pasos del Sol,.....); pero ello no cambia en modo alguno la conclusión fundamental y reiteradamente expuesta.

No obstante y para satisfacer la curiosidad de algunos lectores analizaré dos supuestos -que no corresponden a lo descrito en la novela- pero que son parecidos:

Si la apuesta se hiciese en nuestros días la cuestión sería ligeramente diferente ya que el horario hoy utilizado no es exactamente igual que el del año donde transcurre la novela.

En todo caso la argumentación principal de Verne seguiría siendo equivocada. El adelanto que ganaríamos sería contrarrestado con el atraso de modo que el error

de Julio Verne seguiría persistiendo aunque con diversos matices.

Situándonos en el caso opuesto y si se hubiese pretendido medir el paso del tiempo a partir de las indicaciones de un reloj de sol de los tradicionales- lo que repito- NO SE HIZO en la novela; el error de J. Verne seguiría siendo patente; aunque asimismo con ligeros matices.

Lógicamente llevar un reloj de sol portátil para medir los 6.912.000 segundos es algo impensable por varias razones (entre otras el que al ir desplazándose el reloj de sol falsearía el movimiento de la sombra). Rizando ya el rizo podría pensarse en que el reloj de sol se hubiese quedado en Londres, mientras que los viajeros con un reloj mecánico muy exacto midiesen el paso del tiempo. En este caso también seguiría siendo patente el error de Julio Verne: no habría el desfase de más o menos un día que señala el novelista.

Además, y en este último supuesto las complicaciones para determinar la duración exacta del viaje del Sr. Fogg (y por ende el resultado final de la apuesta) habrían sido considerables.

En efecto desde una hora H del día 2 de octubre a la misma hora del día 21 de diciembre (dadas ambas por un reloj rigurosamente exacto y de marcha uniforme y constante) hay justamente los 6.912.000 segundos ya citados (tiempo solar medio); pero si tal hora H se fija en ambos días a partir de las indicaciones de un reloj de sol de los tradicionales habría varios minutos más (que registraría un reloj como el usado por el Sr. Fogg).

Las horas dadas por ambos tipos de relojes no coincidirían, detalle este que quizá ignoraba incluso Julio Verne; pero que los entendidos en cuestiones de gnomónica si conocemos bien (ecuación del tiempo)

ANÁLISIS MATEMÁTICO

La que yo denomino "exposición compleja" puede expresarse matemáticamente como indico a continuación:

Si la línea del cambio de fecha (CF) se sitúa a D horas (arco expresado en tiempo) al Este del punto de salida ocurrirá lo siguiente:

- Los viajeros van al Este y su reloj se va atrasando con respecto a la hora local (HL) hasta llegar a un máximo de D horas. justo ANTES de cruzar CF.

- Justo DESPUÉS de cruzar CF se hallará adelantado en exactamente 24-D horas.

- Al continuar el avance hacia el ESTE el viajero se irá alejando de CF un ángulo (tiempo) que llamaremos V. El adelanto logrado al cruzar CF se convertirá en 24 - (D + V).

- El valor de V será máximo al llegar al punto de partida en cuyo caso valdrá justamente (24-D). Luego el adelanto en el punto de partida, esto es al final del viaje será de $24 - (D + (24-D))$; Es decir, exactamente 0 (cero)

Si el desplazamiento se hace hacia el Oeste el resultado es el mismo:

-Un paulatino ADELANTO hasta llegar al cruzar la línea CF en cuyo momento valdrá justamente de 24-D horas.

- Inmediatamente tras cruzar la línea CF un brusco ATRASO de 24 -(24-D, es decir un atraso D simplemente.

-Al seguir avanzando hacia el Oeste el viajero va recorriendo un ángulo V lo que da lugar a que el atraso sea D-V.

-Pero este último valor (V) paulatinamente va aumentando hasta ser EXACTAMENTE D en el momento de llegar al punto de partida. En consecuencia en tal momento el ATRASO SERÁ NULO.

La distribución del Globo en husos horarios no se había realizado en el año 1.872 por lo cual la línea CF (ahora a 180° de Londres) debía estar fijada en un meridiano indeterminado.

PUNTO DE VISTA DE VERNE Y CONCLUSIÓN

En todo caso aún en el supuesto de que ya estuviese fijada, ello no modificaría en modo alguno el planteamiento del problema.

Para contabilizar las horas de viaje empleado lo más sencillo hubiese sido fiarse únicamente del reloj de Picaporte, pero no obstante lo dicho, de la lectura atenta de la novela se deduce que el Sr. Fogg no se guió probablemente solo por el reloj de su criado, sino que llevaba su propia contabilidad dada por un reloj mecánico, cuya hora ajustaba continuamente al horario de los distintos lugares de su viaje. En este caso tendría lógicamente que ir paulatinamente ADELANTANDO su reloj, hasta justamente 24 horas al final de su periplo.

Ahora bien, este adelanto de 24 horas habría que tenerlo obviamente en cuenta (y descontarlo) al contabilizar el número de horas transcurridas desde el momento de su partida. Es decir: para contar las horas empleadas en el viaje debería, además, en un momento dado ATRASAR justamente 24 horas su reloj

En este caso la explicación del error de Fogg sería, simple y llanamente, un incomprensible olvido al no descontar las 24 horas de adelanto que alcanzó durante el viaje. Es un error motivado por el sentido (hacia el Este) del viaje.

Este despiste difícilmente ocurriría en la actualidad, pues hay reconocida una línea de cambio de fecha, que al cruzarla hacia el Este requiere un atraso de 24 horas en los relojes. Sin embargo en el año 1872 esta línea no estaba definida como actualmente, lo que justifica o disculpa el error del Sr. Fogg (y de Julio Verne). En todo caso, parece extraño que un hombre tan meticuloso como Fogg hiciese buena parte de su viaje manteniendo un error en la fecha.

Hablar pues simplemente de un clarísimo error en la contabilidad del Sr. Fogg sería una explicación más adecuada de la realidad, que decir que en el viaje hacia el Este se gana un día.

De todos modos soy consciente de que nos hallamos ante una cuestión que en cierto modo depende de la interpretación semántica.

Por ello y tras haber publicado (febrero de 2.001) un artículo sobre el tema en la prensa local berciana, (Semanario "Bierzo-7"), decidí comentar el asunto con nuestra Asociación y con algunos expertos más a título individual. Las opiniones han sido dispares, y yo mismo me he visto obligado tras numerosas reflexiones (además de releer con detalle la novela) a matizar reiteradamente mis afirmaciones. "Si de humanos es errar...."

Hay algo, no obstante, de lo que no me cabe la menor duda: las páginas de ANALEMA son el marco ideal para -si procede- entablar un interesante debate sobre la cuestión.

ROGELIO MELÉNDEZ TERCERO

Bembibre, 3 de julio de 2.001

----- NOTA DE LA REDACCIÓN -----

Entendemos que, como el autor indica, las páginas de "Analema" son un marco adecuado para la discusión de la tesis planteada, discusión que a nuestro juicio se centra principal y casi exclusivamente en la interpretación de los términos de la célebre apuesta.

En ese sentido agradecemos vivamente a R. Meléndez la remisión de su escrito y los razonamientos justificantes de su arriesgada, o por lo menos discutible, aserción de que Julio Verne habría sufrido un "despiste", (o equivocación, en términos menos coloquiales) nada menos que en el desenlace, nudo, o "meollo" de su novela (Dicho sea volviendo al lenguaje coloquial)

Creemos que este artículo debería dar lugar, en alguno de nuestros eruditos, si que perezosos, lectores a las pertinentes aclaraciones sobre las circunstancias geográficas e históricas que determinaron la adopción y situación de la llamada "Línea de salto del día" que, situada en el Océano Pacífico, pasa por nuestros periecos y antípodas para separarla 12 horas del meridiano cero.

Esperamos con impaciencia la expansión y florecimiento de este tema hasta constituir un frondoso árbol donde fructifique y se exhiba la información relativa a sus antecedentes: cuándo, cómo y por quién fue establecida la dichosa o desdichada línea saltarina, los congresos, acuerdos y desacuerdos internacionales por los que fue adoptada mundialmente, su trazado actual.... y qué siente la persona que la atraviesa y gana o pierde un día de su vida.

O no gana ni pierde nada, como se afirma en el artículo comentado.

Alessandro Gunella, es un distinguido gnomonista italiano, frecuente colaborador de este Boletín con artículos muy originales, especialmente sobre historia de la Gnomónica, en la que es un verdadero experto. Creemos que es la única persona que ha leído totalmente los libros de Clavius en los últimos trescientos años. O quizá más años, ya que los contemporáneos de Clavius tampoco terminaban de leerlos, pues tenía la injusta reputación de que era más sencillo inventar la Gnomónica que aprenderla en sus textos

UN ÁBACO PARA TRANSFORMAR HORAS IGUALES EN DESIGUALES Y VICEVERSA

ALESSANDRO GUNELLA

1. Historia

El propósito de este breve escrito es explicar la construcción de un ÁBACO, o diagrama "universal" de correspondencia gráfica entre horas iguales y horas desiguales.

Este ábaco ocupaba una parte del dorso de ciertos astrolabios, llamados católicos, (Saphea, o en árabe As-saphia de Azarchel o Al-Zarqali), ya conocidos antes del año 1000, y que fueron objeto de un tratado de 1231, cuyo autor fue Guillelmus Anglicus, médico de Marsella (Tannery -1897- *Manuscripts de la Bibliothèque Nationale*). Gemma Frisius ya daba noticia de su uso en la primera mitad del siglo XVI

El origen del diagrama o quizá, a falta de una investigación profunda solo su divulgación, se atribuye a Juan de Rojas, que en 1550 publicó en Paris su *Commentarium in Astrolabium*. Rojas fue un discípulo de Gemma

La Azafea no permite leer en su tímpano las horas desiguales como ocurre en el astrolabio ordinario, porque sus características de universalidad e independencia de la latitud están ligadas, obviamente, a las horas iguales. Pero para los Astrólogos era necesario averiguar las horas desiguales, que por otra parte eran de uso común en ciertas comunidades y también se empleaban para usos menos profanos como las ceremonias religiosas, por ejemplo.

Según la "*Croniche de' matematici*" de Bernardino Baldi (circ. 1610):

" Giovanni de Rojas (DC 1550) español de nacionalidad, de nobilísima familia, hijo del Marqués de Poza; estudió y accedió a sus grados en Lovaina, donde, se dedicó a las matemáticas bajo la disciplina de Gemma Frisius. Escribió un volumen bastante notable sobre el Astrolabio Universal. Fue historiador y prometió escribir la historia de Carlos V y el príncipe Felipe "

Una descripción del uso del diagrama se encuentra en la página 126 de Ignacio Danti, en el que se refiere específicamente a dos "Azafeas" propiedad de Francisco de Medici, una construida por Gemma Frisio y la otra por Francisco de Rojas. Sin embargo, Danti no llega a explicar como se debe construir el diagrama.

2- Construcción

La figura "base" es un semicírculo, que puede limitarse por razones de simetría a un cuadrante. En su superficie se trazan 12 semicírculos equidistantes de radios crecientes de 1 a 12. Se opera sobre un solo cuadrante y después se rebate la figura sobre el eje de simetría.

El cuadrante de radio 1 no se subdivide, el de radio 2 se divide en dos partes, el de radio 3 en 3 partes y así se prosigue sucesivamente.

Se unen ahora, partiendo del eje de simetría, todos los extremos de los primeros arcos, después los segundos, y así hasta el último. Se obtiene una superficie provista de una serie de curvas simétricas respecto al eje central.

Las llamaremos, por las razones que luego se exponen, *curvas de las horas iguales*.

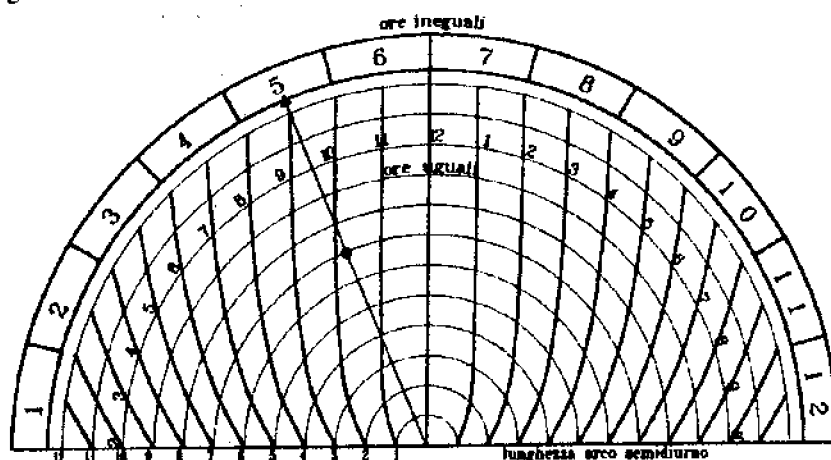


Figura 1. DIAGRAMA

Se traza un semicírculo exterior, es decir, de mayor radio que el último de las 12, que se divide en 12 partes de 15° cada una. Esta será la *corona de las horas desiguales*.

Ahora escribiremos los números crecientes de 1 a 12 al pie de cada uno de los 12 arcos, y a lo largo de las curvas de horas iguales el número que corresponde a cada una, teniendo en cuenta que el eje de simetría corresponde a la hora 12. La parte izquierda sirve para la mañana y la derecha para la tarde.

Sobre la corona externa se marcan las horas desiguales, a partir de la hora "prima" a la izquierda, hasta la hora duodécima, a la derecha.

3. Utilización

La forma de utilizarlo es elemental.

Es necesario saber previamente la longitud del arco semidiurno del día de utilización, pero este es un dato que se obtiene en el anverso del instrumento. (La Azafea es sustancialmente uno de los posibles empleos del Analema de Vitruvio y Ptolomeo, debidamente adaptado)

Explicamos ahora el uso del diagrama con un ejemplo:

Se quiere saber la hora desigual que corresponde a las 10 y 15 AM. de un día en el cual la longitud del arco semidiurno es de 7 horas.

- Se recorre a lo largo del arco que tiene en su base el número 7, hasta encontrar la curva de las 10 horas, añadiendo a estima los 15 minutos.
- Se traza una recta (En el astrolabio se hace pasar la línea de fe de la alidada) desde el centro del semicírculo a la corona externa.
- La hora desigual buscada será la señalada en la corona externa (aproximadamente la mitad de la 5ª hora)

Algunos constructores han querido hacer variantes a su gusto, inscribiendo los datos o poniendo los números de las horas con otro orden, que creían era más adecuado para su empleo.

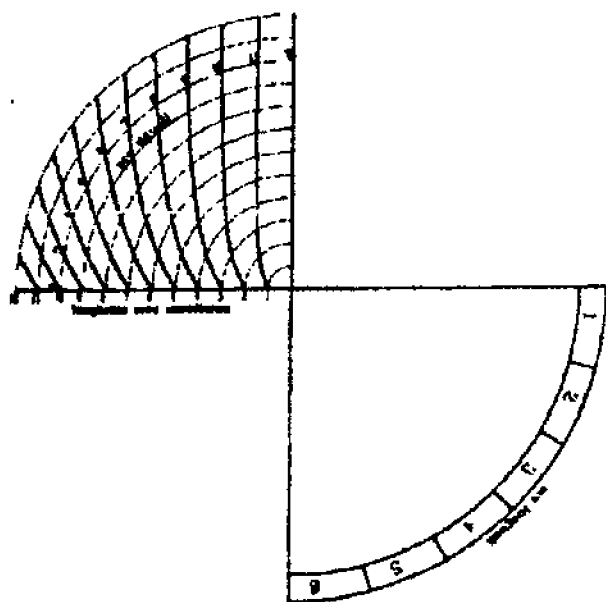


Figura 2. DIAGRAMA DE DANTI

En el libro de Danti el diagrama (página 119 del libro y figura 2 de este artículo) tiene un aspecto un poco diferente. Está formado por dos cuadrantes opuestos por el vértice. Con algo de imaginación el lector se dará cuenta que en realidad es sustancialmente igual al que hemos expuesto anteriormente.

Si se quiere obtener más información sobre este asunto, véase el tratado *L'Astrolabe* de Raymond d'Hollander - 1993 - Toulouse

NOTAS DE LA REDACCIÓN:

1. -- Refiriéndonos al nombre de *"saphea"* o *as-saphia* empleado por el autor de este artículo, así como el de *Azarchel* o *Al-Zarqueli* en lugar de nuestros castellанизados *azafea* y *Azarquiel*, debemos hacer algunas consideraciones sobre la transcripción de los nombres árabigos en caracteres latinos.

Como es bien sabido en la grafía literal árabe no se utilizan caracteres correspondientes a los sonidos vocálicos, que hasta cierto punto son sustituidos por signos diacríticos, puntos, etc. situados en diversas posiciones entre los caracteres que representan las consonantes. Esto explica la dificultad de transliteración, o mejor dicho de transvocalización, al traducir estas palabras a los diferentes idiomas occidentales, que a su vez emplean distintas letras latinas para expresar los mismos fonemas y sus alófonos

Por tanto, no es extraño que una palabra determinada, escrita con caracteres árabigos, sea transcrita con muy diferentes combinaciones del alfabeto latino, según el idioma materno de la persona que efectúa esta transcripción. Por ejemplo: "Río" se transcribe como: *Oued, Wad, Guad..* "Montaña" puede ser: *Djebel, Yebel, Jeber, et.c*

El Diccionario de la Real Academia utiliza para la transcripción el sistema oficial de la revista *Al-Andalus*, que por otra parte no difiere mucho del actual sistema internacional, menos *ay* y *aw* (*ai* y *au*)

2. - El libro de Egnatio Danti del cual está tomada la figura 2 es el *"Trattato dell'uso e de la fabrica dell'Astrolabio"* - Firenze 1578-, posterior al de Rojas. De todos modos Rojas no pretende ser el autor de la *azafea*, sino solamente su divulgador, ya que cita al "frisio" Hugo Helt. Por lo demás Alfonso X "El Sabio", rey de Castilla de 1252 a 1284, ya conocía este instrumento, como se deduce de sus comentarios en los "Libros del Saber de Astronomía", atribuyéndolo a Azarquiel:

"Mas agora queremos fablar de la Açafea que fizo Azarquiel el astrolomiano de Toledo a ondra del rei Almemun que era sennor dessa ciptad e nombrola por end almemonia. E despues fue a Sevilla e fizo aqesta açafea mesma e en otra manera mas complida e mas acabada a ondra del rei Almuthamid-aben-abet que era señor desa ciptad en aquel tiempo e nonmbrola por end alhabedia"

Según indica García Franco, en su *Catálogo critico de Astrolabios existentes en España* Azarquiel invento ambos instrumentos: la *almemonía* o lámina universal y la *alhabedia* o *azafea*. Hace notar que Alí Ben Jalaf inventó una lámina universal que fue posteriormente mejorada por Azarquiel, dando lugar a la *almemonía*.

Los lectores interesados en este tema pueden consultar, además del mencionado "Catálogo" las obras *Estudios sobre Azarquiel*, de Milans Vallicrosa (Anales de la Universidad de Madrid -1932- y la más antigua *Etudes sur Zarqueli*, de Steinschneider.

El autor relaciona algunos de los antecedentes del artificio de dibujo y cálculo de una la proyección geométrica que permite dibujar el astrolabio generalmente atribuido a Rojas, aunque solamente fue divulgado por este. En particular se refiere a al dorso del astrolabio universal descrito en "Los libros del Saber de la Astronomía" de Alfonso X el Sabio (aprox 1250). Al analizar el procedimiento descrito en ese libro, el autor encuentra una aparente errata, llama la atención sobre ella y pide la opinión de los lectores.

ANTECEDENTES DEL ASTROLABIO DE ROJAS COMENTARIOS AL ARTÍCULO DE A. GUNELLA

M. M. VALDÉS

ANTECEDENTES REMOTOS

En el artículo publicado en *Analema* 32 por Alessandro Gunella se tratan algunos antecedentes del conocido astrolabio de Rojas. Sin ánimo de agotar el tema, sólo con la intención de divulgar algunos detalles de la historia de la gnomónica, reproduzco algunos de los datos que se encuentran en el libro "DECLARACIÓN Y USO DEL RELOJ ESPAÑOL" ¹.

La proyección ortográfica de la esfera celeste sobre el plano del coluro de los solsticios convierte los paralelos en rectas y los planos meridianos en elipses. Su dibujo resulta un poco más engorroso que la proyección estereográfica que se puede realizar directamente con la regla y el compás ².

Abū Rayhān al-Bīrūnī (970-después de 1050) parece haber diseñado³ una proyección similar que llama "proyección cilíndrica" y que se obtiene:

*Trazas por los círculos y líneas del globo
líneas y planos paralelos al eje. Así obtienes
en la planta líneas rectas, círculos y elipses...*

Esta proyección es, con toda seguridad, una proyección ortográfica.

Ignacio Danti, dominico y cosmógrafo del Papa Gregorio XIII, escribió:

*Il Rojas... trasse la maggior parte del suo
Planisterio, da gl'Arabi massimamente di un
libro di instrumenti qua le alfonso Re di
Spagna d'Arabe, & Caldeo traduce in Castigliana
lingua, & hor di Castigliana lingua,
mutato è già gran tempo in volgar fiorentino
che appresso di me si tiene...*

LA AÇAFEHA ZARQALIYA

En el prólogo del libro ZZ se nos dice:

*Que fizo Azarquiel, el sabio astrolomiano de
Toledo...et después fue a Sevilla, et fizo esta
açafeha mesma de otra manera mas comp-
lida et mas acabada. Et fizo otros el libro
de cuerno deuen obrar por ella.... Et este li-*

*bro sobredicho traslado de arauigo en ro-
mançe maestre Fernando de Toledo por
mandado del mui noble Rey don Alphonso...
en el anno quarto que el regno. Et despues
mandolo trasladar otra vez en Burgos meior
et mas complicitamente a maestre Berlando
el arauigo, et á don Abraham su alfaquí en el
XXVI anno de so regno [1277]*

En el frente se dibuja la proyección estereográfica.

DORSO

En las espaldas se hallan tres círculos graduados sin numeración (para efectuar una lectura deben contarse las divisiones) y una división general del dibujo en cuadrantes. En el interior de los círculos, un cuadrante está ocupado por una escala de senos o cosenos y los otros tres por elipses.

El dibujo de esta cara está realizado con torpeza y poca precisión, a pesar de esta circunstancia se puede interpretar la intención del autor.

El círculo exterior tiene 12 divisiones de 6 elementos con 5 unidades cada una de ellas, componiendo una escala de 360° (zodiaco). El círculo intermedio contiene 12 divisiones con 30 y 31 partes alternativamente: es un calendario. La utilización de estos dos círculos permite pasar de la fecha del calendario a la situación del día en el zodiaco.

El círculo interior contiene 18 divisiones de 5 unidades en cada cuadrante componiendo una escala de 90° en cada uno de ellos. Además están señaladas las latitudes de los 2°11 paralelos (2°12 intervalos).

El cuadrante dedicado a las funciones trigonométricas comprende 60 trazos, como es habitual en esa época, con marcas cada cinco para facilitar su lectura.

Las doce elipses, dibujadas por puntos con una cierta torpeza, representan planos meridianos o círculos horarios que forman entre sí ángulos diferentes que pueden leerse mediante el "atravesador" o regla móvil sobre la alidada en las escalas circulares.

El pequeño círculo, dividido en 24 partes, es la división horaria del día en unidades temporarias.

7,5	15,0	22,5	30,0	37,5	45,0	52,5	60,0	67,5	75,0	82,5
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Como es natural cada división de 7,5° corresponde a una hora

¹ Luis Montañés con un estudio preliminar de Francis Maddison,

² claro que también una elipse se puede trazar con la regla y el compás, pero el método es mucho más laborioso

³ *Kitab fi est'āb al-mumkina fi sant'at al-asturlab*. Parcialmente traducido por Edward Sachau en "The Chronology of Ancient Nations. An english Version of the Arabic Text of the Athār-ul-Bākiya of Albirūnī, or #Vestiges of the Past#, collected and reduced to writing by the autor in A. H. 390-I. A. D. 1000" London 1879 pp 357-358

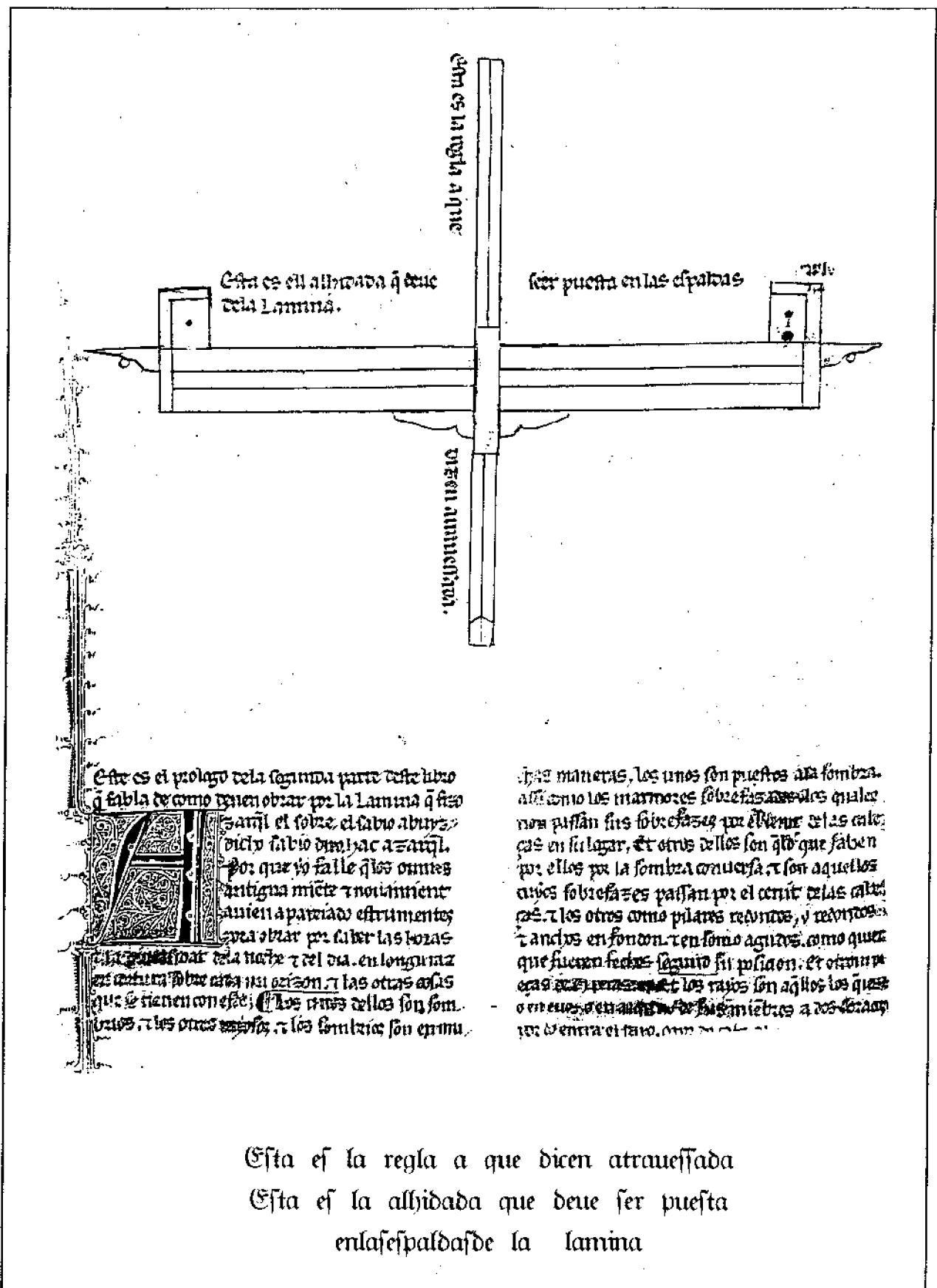


Figura 1 ALIDADA

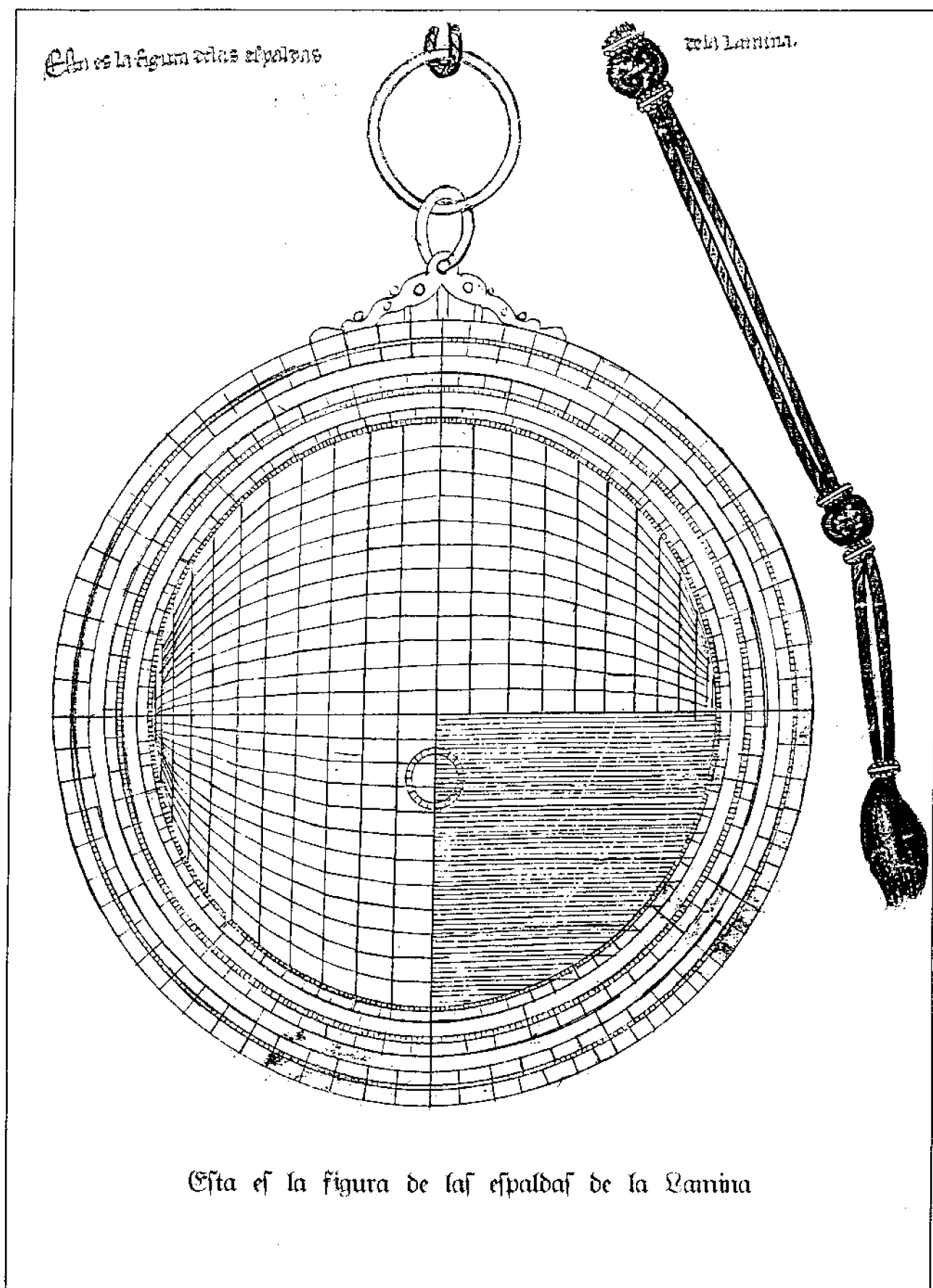


Figura 2 DORSO DE LA LÁMINA

De saber quantas oras son passadas del dia por ell alteza.
Et saber ell alteza por las oras que son passadas

Quando esto quisieres saber.

- Pon el cabo de la regla que es mas cercano de la regla trauessador sobrel andamiento mediano en las partes de las linas circulares septentrionales. Dessi mueue el atrauessador fasta que caya el su canto sobre tanto quanto es la alteza supuesta en el cerco semeiable.
- Dessi mueue el cabo de la regla en el quarteron de suso septentrional fasta que caya su cabo sobre quanto es la alteza de aries en tu uilla et el atrauessador ete quedo. Que no se mueua sobre la regla.
- et entra en las linas circulares con ell enclinamiento del sol en la parte en que es su enclinamiento.
- Et do tanxier la linna circular con el canto del atrauessador faz una señal.
- Et cata qual curso passa por aquella señal. et faz una señal alli donde se tanne aquel curso con la linna circular mayor et mueue ell atrauessador fata que caya su canto sobre la señal segunda

et sobre quanto cayer aquel canto de las partes del semeiable en la parte septentrional mingualo de la meatat dell arco del dia

USO DEL DORSO

Las instrucciones de uso escritas por los traductores de Alfonso X se encuentran en el cuadro anterior.

Las operaciones son:

- Señalar con el "travesador" (regla deslizable) el punto de la altura del sol. Literalmente las instrucciones sólo dicen que se coloque de forma que su canto pase por el punto del círculo de medida que señala la altura del sol medida (supuesta).
- Girar la regla hasta que ocupe una posición paralela al horizonte de la villa.
- Hallar el paralelo que representa el camino del sol.
- Buscar la intersección con el canto del travesador y conocer el ángulo del círculo meridiano que pasa por ese punto, ángulo que permite hallar la hora una vez transformado en horas temporarias.

Altura del sol 30°
Declinación 20°
Latitud 40° N.

Pongamos el extremo de la regla contra el que se mueue el atrauesador en la parte septentrional.

Moverás el atravesador hasta que caiga el canto sobre 30° en el círculo de las alturas

Mueue el extremo de la regla en el cuarto de círculo septentrional hasta que caiga en 50° que es la altura de Aries en tu villa (90°-40°) sin mover el atravesador

Entraras en la linea circular de 20° en las lineas circulares septentrionales (parte superior)

Et haras señal sobre el lugar en que se corta con el canto del atravesador

Et cataras qual andamiento passa por la señal et faz señal sobre el logar do se tanne con la linna circular mayor

Et moveras ell atravesador hasta que caiga su canto sobre la señal segunda et caera el canto sobre 67° del semeiable en la mitad septentrional

Et compartirlo has en tiempos de una ora de las oras del dia et saldrán tres et tres cuartas que añadirás sobre 6 oras pues el tiempo es passado mediodia et seran las oras passadas de 9 oras et tres cuartas

Si seguimos al pie de la letra estas instrucciones no obtenemos los resultados que en el ejemplo que a continuación figura en el texto de la descripción de la açafea y que figuran en el cuadro anterior.

Para un lugar de latitud 40° N., un día de declinación del sol 20°, la duración del semidía es de 107,8° y cuando la altura del sol sea de 30° el ángulo horario, contado a partir del meridiano, alcanzará el valor de 67,1°.

Este ángulo equivale a 3,73 horas temporarias, tal como dice el ejemplo.

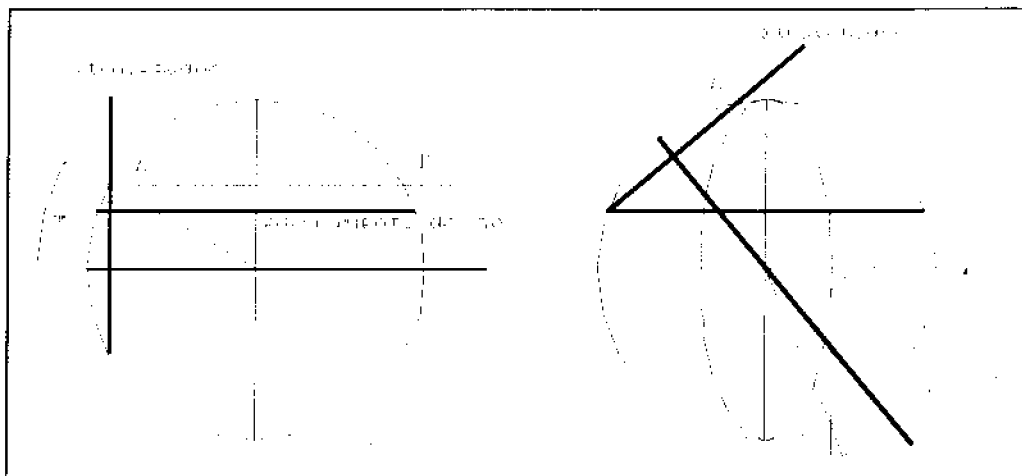
Por tanto los valores del ejemplo son correctos pero no se pueden obtener siguiendo las instrucciones del texto. En la figura 3 se dibuja en la parte izquierda el travesador colocado de manera que corta al círculo exterior en un punto separado 30° del origen. En la parte de la derecha se gira la regla de manera que su extremo ciga sobre 50° .

Si el travesador se mantiene fijo en la posición en que su canto pasa por la altura del sol, cortará, una vez fijada la regla en una posición paralela al horizonte, en un punto situado sobre el círculo exterior.

Con esa operación no se llega a ningún resultado correcto

Para hallar la posición del sol en ese momento es preciso dibujar la línea AB y buscar su punto de corte con el camino del sol. Esta operación equivale a señalar el punto de altura del sol y mover el travesador hasta que este punto caiga sobre el camino del sol.

Así comprobamos que el ángulo horario de ese círculo es de 67° .



Llegados hasta aquí nos debemos preguntar si existe un error de traducción en el libro de Alfonso X o, por el contrario, su literatura tiene una interpretación diferente a la considerada en este artículo.

Bastaría suponer que las frases señaladas en itálica estuviesen redactadas como sigue:

...En el círculo de las alturas y señalarás ese punto del canto del travesador

...Moveras el travesador y haras señal sobre el lugar en que se superpone con la señal del atravesador

Como la idea de que exista una errata en la traducción del manuscrito se sale de lo habitual y roza la heterodoxia, el autor pide a los gnomonistas interesados en la gnomónica gráfica que comuniquen a la Asociación sus ideas sobre este tema.

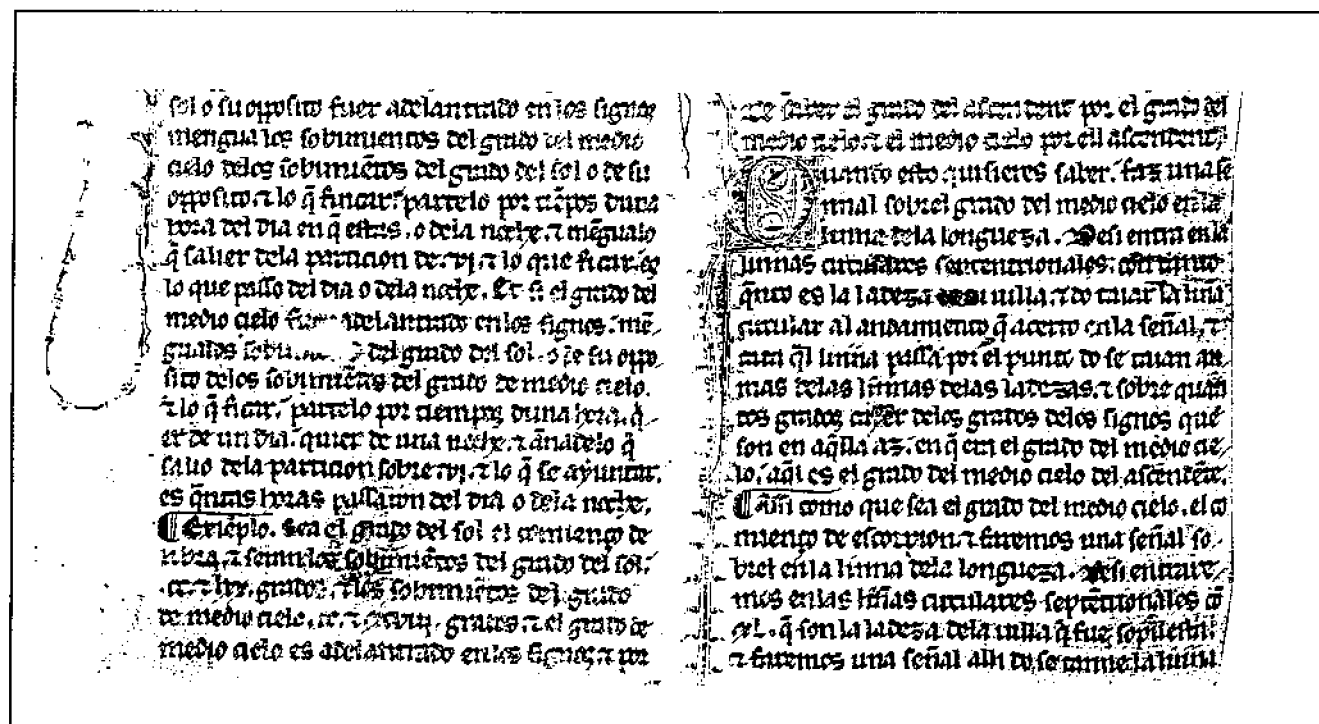


Figura 3 FACSIMIL DEL CAPITULO XXXI

Prosigue A. de Vicente con el capítulo IX de su ya extenso tratado de Gnomónica Vectorial. En este capítulo trata de las líneas determinadas por los planos de las horas itálicas, babilónicas o sidéreas sobre superficies planas, cónicas, cilíndricas y esféricas.

GNOMÓNICA VECTORIAL

Capítulo IX

A. DE VICENTE CANDEIRA

K) RELACIÓN ENTRE LOS TRIEDROS (1) Y (A). LÍNEAS HORARIAS, BABILÓNICAS, ITÁLICAS Y SIDÉREAS

La intersección de planos paralelos a los $Y_1 = 0$ y $X_1 = 0$ del Triedro (1) con el Triedro (A) generan en este último, planos C y D que dan lugar a los siguientes casos gnomónicos.

- 1º) El haz de planos C, pasando por un Estilo paralelo al Eje Terrestre, corta a cualquier superficie $S_a(X, Y, Z) = 0$ en puntos P que definen las Líneas Horarias en planos, cilindros, conos, esfera etc.
- 2º) El conjunto de planos tangente a un cono recto de eje paralelo al terrestre y con vértice en la cabeza de un Estilo, corta, a cualquier superficie $S_a(x, y, z) = 0$ en puntos P, que definen Líneas Babilónicas ó Itálicas; y si un D es además, paralelo a la Eclíptica, según Líneas Horarias Sidéreas.

Líneas Horarias Fig. (K-1) y (K-2)

- 1.1) Al proyectar la variable Y_1 sucesivamente sobre los Triedros (2), (3) y (A), se llega en este último, a la expresión de los planos C, en función de l ángulo horario φ , y los "c.t.p"

$$(K.1) \quad (m \sin \varphi + n \cos \varphi) X_a - (a \sin \varphi + b \cos \varphi) Y_a + (d \sin \varphi - c \cos \varphi) Z_a = 0$$

- 1.2) La superficie a estudiar, S_a en paramétricas, tendrá su ecuación correspondiente en función de una o más variables. Se estudian los siguientes casos:

1.3.1) Líneas Horarias sobre un Plano

La ecuación del plano base es:

$$(K.2) \quad Z_a = 0$$

Y la intersección con los planos C es $m \tan \varphi + n$

$$(K.3) \quad Y_p = \frac{m \tan \varphi + n}{a \tan \varphi + b} X_p; \quad \text{Haz Horario}$$

sobre un plano coincidente con la (E. 10.2.1)

1.3.2) Líneas Horarias sobre un Cilindro. Fig (K-3)

La base del cilindro se halla sobre el plano $Z_a = 0$ y su ecuación:

$$(K.4) \quad X_a = F_1(\omega); Y_a = F_2(\omega); Z_a = Z_p$$

siendo ω una función cualquiera. La Z_p intersección con el plano C está expresada por:

$$(K.5) \quad Z_p = \frac{(m \sin \varphi + n \cos \varphi) F_1(\omega) - (a \sin \varphi + b \cos \varphi) F_2(\omega)}{(d \sin \varphi - c \cos \varphi)}$$

donde el valor de Z_p en $f(\varphi, \omega)$ define, con la s (K.4) los puntos P.

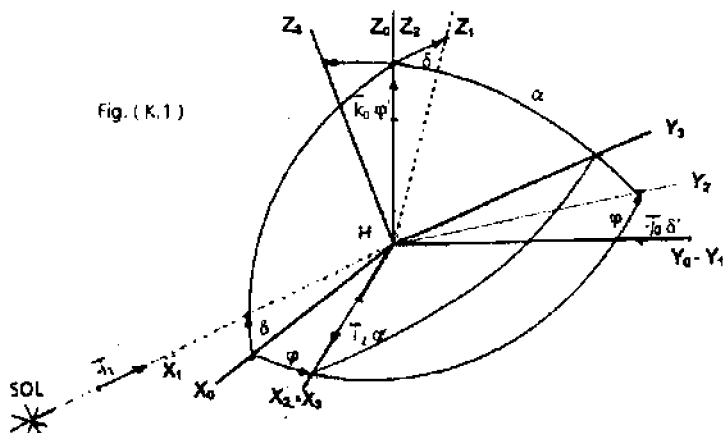


Fig. (K.1)

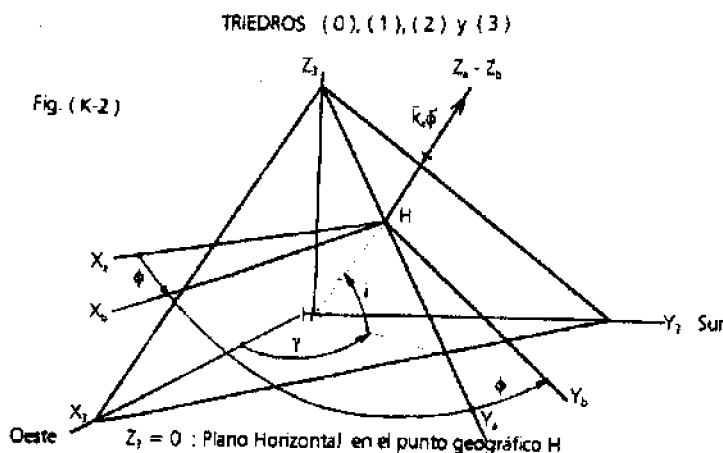


Fig. (K-2)

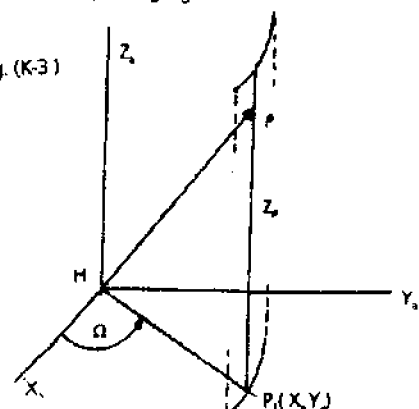


Fig. (K-3)

1.3.3) Líneas Horarias sobre un Cono. Fig (K-4)

La definición del Cono se expresa por la altura L del vértice V y la ecuación en paramétricas de su base sobre el plano $Z_a = 0$

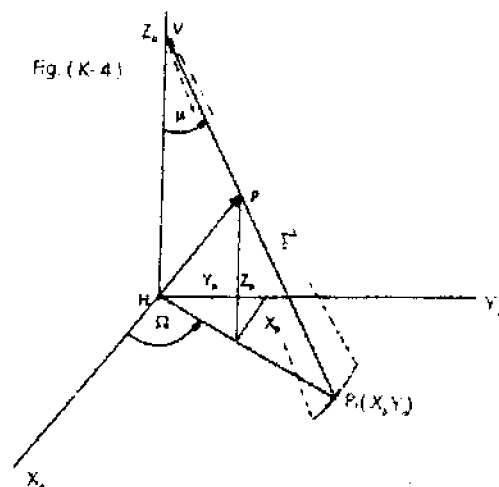
Datos del Cono Vértice $V(0, 0, L)$

$$(K.6) \quad \left[\begin{array}{l} \text{Base} \\ X_a = F_1(\omega) \\ Y_a = F_2(\omega) \end{array} \right.$$

Ecuación de un punto $P(X_p, Y_p)$ sobre una generatriz

$$\frac{X_p}{-X} = \frac{Y_p}{-Y} = \frac{Z_p - L}{L} \quad \text{que en paramétricas resulta:}$$

$$(K.7) \quad \begin{aligned} X_p &= -F_1(\omega) \frac{Z_p - L}{L} \\ Y_p &= -F_2(\omega) \frac{Z_p - L}{L} \end{aligned}$$



Su intersección con los planos C (y despejando la variable Z_p)

$$(K.8) \quad Z_p = L \frac{(m \sin \varphi + n \cos \varphi) F_1(\omega) - (a \sin \varphi + b \cos \varphi) F_2(\omega)}{(m \sin \varphi + n \cos \varphi) F_1(\omega) - (a \sin \varphi + b \cos \varphi) F_2(\omega) - L(d \sin \varphi - c \cos \varphi)}$$

que con las fórmulas (K.6) definen cada uno de los puntos P en $f(\varphi, \omega)$

Para facilitar la construcción geométrica, sea la distancia desde P a la base del cono Z_a

$$(K.8.1) \quad Z_a = Z_p / \cos \mu = \frac{Z_p}{(1 + \tan^2 \mu)^{1/2}} = \frac{L}{(F_1^2(\omega) + F_2^2(\omega) + L^2)^{1/2}} Z_p$$

Para simplificar la construcción del reloj, la proyección del punto P sobre el plano $Z_a = 0$ se halla sobre la recta cuya pendiente está dada por:

$$(K.6.1) \quad \tan \Omega = F_2(\omega) / F_1(\omega)$$

1.3.4) Líneas Horarias sobre una Esfera Fig (K-5)

La ecuación paramétrica de la Esfera es la siguiente

$$(K.9) \quad \begin{aligned} X_a &= R \sin \psi \cos \omega = F_1(\omega) \\ Y_a &= R \sin \psi \sin \omega = F_2(\omega) \\ Z_a &= R \cos \psi = F_3(\omega) \end{aligned}$$

La intersección con los planos C da como resultado la expresión:

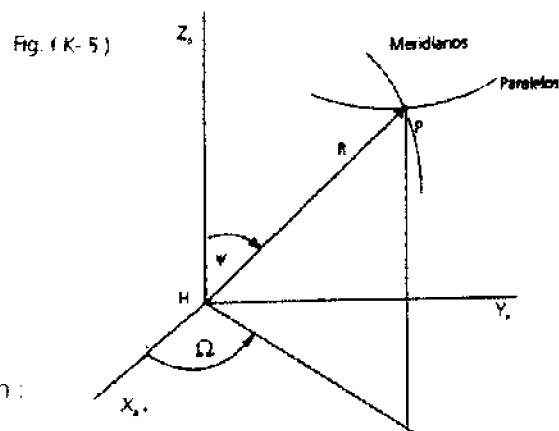
$$(K.10) \quad ((m \tan \varphi + n) \cos \omega - (a \tan \varphi + b) \sin \omega + (d \tan \varphi - c)) / \tan \psi = 0$$

ecuación que enlaza las tres variables que definen el punto P en

$f(\varphi, \omega, \psi)$ solución en ángulos.

A cada valor de $\psi = C^{te}$ por cada uno de ω , corresponde uno de φ (Paralelos)

A cada valor de $\omega = C^{te}$ por cada uno de ψ , corresponde uno de φ (Meridianos)



Estilo

Se parte de la base que el Estilo es paralelo al Eje Terrestre, y que en el Triedro (A) según el Capítulo III, viene dado por las fórmulas :

$$(D.1.1.1) \text{ ó } (K.11.1) \quad (P-H)_a = -i_a h - j_a j + k_a f; \text{ si } f > 0 \quad (\text{origen el centro del Triedro (A)}) \text{ o}$$

$$(D.1.1.2) \text{ ó } (K.11.2) \quad (P-H)_a = i_a h + j_a j - k_a f; \text{ si } f < 0 \quad " \quad " \quad " \quad "$$

$$\text{o los ángulos } (D.2.1.) \text{ ó } (K.12) \quad \operatorname{tg} \varphi_a = -h/J \quad \text{y} \quad (D.3.1) \text{ ó } (K.113) \quad \operatorname{sen} \psi = f$$

EJEMPLOS

- 1º) Cilindro parabólico con base en el plano horizontal ($\gamma = i = 90^\circ$; Triedro (3))

La base se halla sobre el plano $Z_3 = 0$ y su ecuación en el Triedro (3) es :

$$(K.4.1) \quad X_3 = 2p \operatorname{tg}^2 \omega \quad Y_3 = 2p \operatorname{tg} \omega \quad Z_3 = 0$$

La Z_p intersección con los planos C está dada por:

$$(K.5.1) \quad Z_p = \frac{-2p}{\cos \alpha} (\operatorname{tg}^2 \omega \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \omega \operatorname{sen} \alpha)$$

siendo en este caso, $a = 0$, $b = -\operatorname{sen} \alpha$; $m = 1$; $n = 0$; $d = 0$; $c = -\cos \alpha$:

Las Líneas Horarias se expresan por (K.4.1) y (K.5.1)

- 2º) Cono con base elíptica en el plano horizontal ($\gamma = i = 90^\circ$; Triedro (3))

La base se halla sobre el plano $Z_3 = 0$ y su ecuación en el Triedro (3) es :

$$(K.6.1) \quad X_3 = \operatorname{sen} \omega \quad Y_3 = 2 \cos \omega \quad Z_3 = 0 \quad \text{y} \quad H = 9$$

La Z_p intersección con los planos C está dada por:

$$(K.8.1) \quad Z_p = 9 \frac{\operatorname{sen} \omega \operatorname{tg} \varphi + 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \omega}{\operatorname{sen} \omega \operatorname{tg} \varphi + 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \omega - 9 \cos \alpha}$$

Siendo el valor de Z_q del punto P a la base del cono :

$$(K.8.1.1) \quad Z_q = \frac{81 (\operatorname{Sen} \omega \operatorname{tg} \varphi + 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \omega)}{(3 \cos^2 \omega + 82)^{1/2} (\operatorname{Sen} \omega \operatorname{tg} \varphi + 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \omega - 9 \cos \alpha)}$$

Las líneas horarias se hallan mediante (K.6.1) y (K.8.1.1)

- 3º) Esfera Estudiada sobre el plano base vertical no declinante : ($i = 0^\circ$; $\gamma = 90^\circ$)

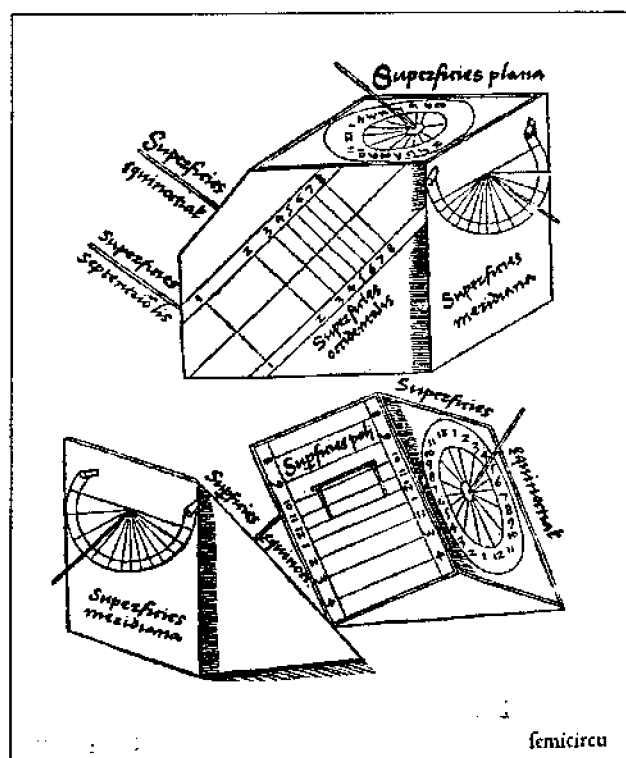
La ecuación de la esfera consta en (K.9) y la intersección con los planos C resulta,

$$(K.10.1) \quad \operatorname{tg} \psi (\cos \omega \operatorname{tg} \varphi - \cos \alpha \operatorname{sen} \omega) = -\operatorname{sen} \alpha$$

siendo en este caso, $a = 0$, $b = \cos \alpha$; $m = 1$; $n = 0$; $d = 0$; $c = -\operatorname{sen} \alpha$

Nota: Hasta aquí se han tratado las horas equinocciales.

En el próximo número se continuará con las itálicas y babilónicas.



De horologiorum Descriptione

Sebastián Münster