

ANALEMA

BOLETÍN DE LA ASOCIACIÓN DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- 1 EDITORIAL ----- Editor
- 2 ABSTRACTS ----- Redacción
- 3 OBRAS DE GNOMÓNICA EN LA LIBRERÍA
DE JUAN DE HERRERA ----- C. Esteve
- 5 DOS RELOJES DE MISA PROCEDENTES DE LA
ABADÍA DE S^{ta} MARÍA DE BENEVIVERE ----- MM. Valdés
- 9 EL RELOJ DE SOL DE "ELS CATANS" ----- J. Olivares
- 11 EL RELOJ DE LA COLEGIATA DE BELMONTE -- M. Milenio
- 12 RELOJES EQUIVALENTES. COMENTARIOS
A UN ARTÍCULO DE J. DE LA CALLE ----- A. Pérez Serrada
- 14 ADAPTACIÓN DE UN RELOJ BILAMINAR----- L. Hidalgo
- 17 RESEÑA DE PUBLICACIONES ----- Editor
- 18 NOTAS Y COMENTARIOS ----- Redacción
- 20 COMENTARIOS SOBRE "LA VUELTA AL
MUNDO EN 80 DÍAS" ----- J. Lefler
- 21 ¿ POR QUÉ GNOMÓNICA VECTORIAL ?----- A. De Vicente

ASOCIACIÓN DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

Isaac Peral 48. 28040 - MADRID. ESPAÑA

JUNTA DIRECTIVA

Presidente: Luis Hidalgo Velayos
Vicepresidente: Jacinto del Buey Pérez
Secretario Gral: Manuel Lombardero Soto
Tesorero: Antonio de Vicente Candeira
Bibliotecario: Jesús de la Calle Montes

Consejo de Redacción: Vocales
Manuel María. Valdés Carracedo
Javier Moreno Bores
Miguel Ángel Hacar Benítez

Vocales Asesores:
Antonio Angulo Álvarez
Baltasar Soteras Elía
José Esteban Esteban

Socios de Honor:
Rafael Soler Gayá
José Luis Basanta Campos

La Asociación de Amigos de los Relojos de Sol fue creada en abril de 1988. Está legalmente reconocida y figura en el registro nacional de Asociaciones con la referencia N-18685. Constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, geográficos, matemáticos, arquitectónicos y literarios relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, revisión y emplazamiento de los Relojos de Sol y otros instrumentos análogos. Para el cumplimiento de estos fines celebra reuniones periódicas, mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y publica cuatrimestralmente el Boletín Informativo "Analema", abierto a la colaboración de todos sus lectores.

La Asociación de Amigos de los Relojos de Sol ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Comprobación y datación de cuadrantes y relojes antiguos.
- Información Bibliográfica referente a temas relacionados con la Gnomónica
- Traducción o revisión de artículos de revistas, boletines y publicaciones.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares.

Estos servicios son prestados a sus Socios a título gratuito, o a coste estricto a las entidades o personas que así lo soliciten y sean presentadas por algún Socio. Los servicios de asesoramiento serán totalmente gratuitos para las entidades o asociaciones de carácter cultural.

Para obtener la condición de Asociado es necesario la presentación por un Socio de la persona o entidad interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación económica como cuota anual es fijada libremente por el propio asociado, pudiendo ser nula si así lo desea. No obstante, para recibir con seguridad el presente Boletín y otras publicaciones deberá aportar como mínimo el equivalente a los gastos de confección y envío postal del de las mismas.

En general y salvo indicación expresa, los artículos publicados en este Boletín podrán ser reproducidos o utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que se indique la existencia de derechos de propiedad del autor, o cualquier otro tipo de impedimento legal.

La Asociación no se hace, en ningún caso, responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, fórmulas, tablas, o cualquier otra clase de información contenida en los Boletines o en sus publicaciones colectivas. Agradece todo tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida a su autor y publicada en el Boletín si su interés y generalidad lo hiciese conveniente a juicio de la Junta, que se reserva el derecho de adaptar, resumir, comentar o editar con el previo conocimiento de su autor los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de seis folios, incluyendo ilustraciones, salvo que su contenido aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de separata del Boletín.

EDITORIAL

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol fue fundada en 1988 por un grupo de amigos que compartían su afición por los relojes de Sol, de aquí proviene su nombre. Su principal fin ha sido la difusión de la Gnomónica, ciencia olvidada por Astrónomos y Matemáticos, que la consideraban, y siguen considerando, como una casi despreciable consecuencia de la Astronomía de Posición o una elemental aplicación de la Geometría Descriptiva.

Es evidente que en estos catorce años transcurridos desde su creación la difusión en todos los países de nuestro entorno de los conocimientos sobre Gnomónica ha sido muy rápida, incluso sorprendente. Efectivamente, el número de Sociedades o Agrupaciones que se dedican con exclusividad a los Relojes de Sol se ha cuadruplicado, así como el de Boletines informativos y publicaciones de estas Sociedades. Se editan anualmente una docena de textos referentes a estas cuestiones. En varias naciones se ha efectuado un enorme trabajo de censo e identificación de relojes solares, de los cuales se han reseñado y publicado más de 35.000 y se han construido numerosos y monumentales relojes solares que han pasado a formar parte, quizás excesiva, del mobiliario urbano de muchas ciudades.

Nuestra Asociación ha contribuido eficazmente a esta expansiva eclosión, dentro de su modestia y peculiares características. Cuenta actualmente con 198 socios, de los cuales 164 son nacionales y 34 extranjeros. Todos ellos reciben actualmente el Boletín Informativo "Analema" y los que contribuyen con alguna aportación económica recibirán el resto de publicaciones, todavía escasas pero que se pretende ampliar paulatinamente.

La "Asociación de Amigos de los relojes de Sol" tiene esta denominación, algo pedestre, con objeto de poner de manifiesto que basta ser "amigo" de estos admirables instrumentos para poder pertenecer a la misma. No se han incluido calificativos nacionales o nacionalistas como "British", "North American", "Deutsche", "Italiana" o "Catalana", tan comunes en otras Sociedades análogas, que aunque sean títulos definitorios pudieran parecer algo excluyentes.

Sus estatutos funcionamiento y normas de admisión tampoco son muy comunes:

Cualquier persona que sea presentada por un Socio puede ser admitida sin más requisitos que solicitarlo por escrito y sin necesidad de abonar ninguna cuota fija anual. Las cuotas tienen el concepto de aportaciones económicas y pueden ser hechas efectivas en la fecha, forma y cuantía que determine libremente el Asociado. De hecho, indicaremos como anécdota, casi un 35% de los Socios no abona cuota alguna.

En segundo lugar, no recibe subvención de ninguna Entidad, sea esta Oficial o particular, ni tampoco inserta ningún texto publicitario en las páginas de su Boletín "Analema".

Finalmente, los artículos y colaboración es originales pueden ser reproducidos o utilizados, citando su procedencia., excepto en los casos que se indica. Sus autores no son remunerados económicamente y se publican a título gratuito: "A.M.G.G." que diría el venerable padre Clavius.

Naturalmente estas normas de funcionamiento tienen el ligero inconveniente de que la marcha económica de la Sociedad no es muy floreciente: Los socios "paganos" son los únicos que contribuyen económicamente, por lo que los medios materiales que podemos dedicar a nuestras publicaciones son muy escuetos.

No podemos por menos de agradecer a nuestros asociados el enorme y sostenido esfuerzo, dedicación y entusiasmo que han dedicado a su mantenimiento y crecimiento, ya que sin su esfuerzo y aliento no hubiese sido posible obtener los resultados actuales:

No obstante, algunos asociados nos indican que sería preferible abandonar la austeridad espartana de nuestra Junta de Dirección, procurando regularizar sus ingresos de acuerdo con los usos comerciales generalmente admitidos, y revertir estos mayores ingresos en una mejora material de nuestro Boletín, hasta conseguir una lujosa publicación en color, papel de calidad y colaboraciones extraordinarias. Esperamos los comentarios de los lectores, con propuestas, en su caso, de donaciones y aportaciones de bienes muebles e inmuebles.

ABSTRACTS

3 BOOKS ON GNOMONIC AT HERRERA'S LIBRARY

Juan de Herrera (1530–1597) was a prominent Architect known by his monumental Monastery of El Escorial built in a Neo-classical style appropriately denominated in Spain "estilo herreriano". He was also an Engineer and Scientist author of many books and manuscripts, for instance "*Architectura y Máquinas*" and also of a short manuscript volume on Gnomonics splendidly illustrated, aimed at the education of the Prince by his preceptor Honorato Juan. In the inventory of Herrera's Library more than 600 books on sciences and humanities are recorded, a considerable amount for that time.

In this article the Architect C. Esteve Secall examines and comments a list of sixteen books in various idioms dealing with Gnomonic or related matters, all extracted from the Inventory of Herrera. Very interesting, we think.

5 TWO MASS-DIALS FROM THE BENEVIVERE ABBEY

Near of Carrion de los Condes, (Palencia Province) was founded in 1661 by *Didacus* (*Diego Martínez*) the Abbey of Santa. Maria de Benevivere. The building was desecrated and demolished from 1835 on.

MM. Valdés has found in the Museo Diocesano de Palencia a very interesting funerary stele of the founder Didacus, doubled with two Mass-Dials. In this well elaborated article he exposes some historic facts and circumstances of the Abbey foundation and founders, and analyses this well persevered funerary monument. He states that the canonical hours distribution on the stele demonstrates the presence of Nordic Monks between the Abbey first dwellers, and brings our attention to the fact that the two dials included in the stele are a part of the few exemplars of Mass-Dials that can be precisely dated. An article worth of careful reading.

9 THE "ELS CATANS" SUNDIAL

In an old and abandoned quarry near the Ermitage of St. Antoni Abad at Boicarent (Valencia), J Olivares has found a little and odd engraved design. At a first glance it appears to be a sundial, but the signs do not show any resemblance with those represented in a classical one. A photography and a sketch of the dial are shown in his article. Comparing the sketch with mass-dials and even with Greek dials (Gibss Sharon: II. 5018 G), he does not reach any definitive conclusion between two hypothesis: a) the dial was used by quarry workers. (it can show only the solar time in summer) or b) The dial has a Byzantine influence and could be engraved in much more old times. (The Byzantine influence seems to be rather improbable, in our yet vacillating opinion)

11 THE DIAL OF THE COLLEGIATE CHURCH OF BELMONTE

Belmonte is an old and noble village with a great historic significance, it keeps on an imposing Castillo. It is also the birthplace of Fray Luis de Leon. But the reason of this article is to describe a sundial, situated on top of the main entrance to the Church. (Promoted "Colegiata" by Pope Pius II in 1495). The south-faced dial is a classical vertical one with its face engraved on a stone plaque provided with hour lines and Roman ciphers, well persevered but not exceptional in any aspect. Its singularity lays in the fact that in the parochial archives are data of the constructor name and price of construction, data not much frequently, ever rarely, found.

In 1623 it was placed over the South entrance of the Church. Designed and constructed by Matías Martínez and Juan Vizcaino, the cost of the whole operation was a hundred and one (101) "*reales*" (a rather strange invoice, the last "real" could possibly be spent to celebrate the dial setting. (In those happy years with only one "real" they could buy an "*arroba*" (near three gallons) of good wine... and tasty "*morcillas*" and "*chorizos*")

12 MORE ABOUT "EQUIVALENTS" DIALS

In a previous "Analema" 34 J de la Calle explains the method of the "Equivalent Dial" to design a sundial by determining the latitude and longitude of a place on the Earth where an horizontal dial is parallel to the plan of the first dial. By now A. Perez Serrada comments this article and precise some conditions of the not-so-equivalent dial. He includes some useful formulas in order to apply this method, exposed in a very synthetic manner,

14 ADAPTATION OF A MODIFIED BIFILAR (TWO SHEETS) DIAL

In "Analema 9" L. Hidalgo proposed us a original dial based on Michnik bifilar dial, but both wires were substituted by two thin metal sheets, and a simple mechanism was added. So the dial was adaptable to every latitude. By now he explains how to adapt such dial to a vertical position. He explains in detail the construction of such vertical dial and exposes how to adapt the graduated circle in order to obtain legal time.

21 WHY VECTORIAL GNOMONIC ?

A. de Vicente has been consistently publishing articles in "Analema" about a method of himself based in the application of Vectorial Calculus to Gnomonic. In this new article he resumes the parameters and formula found to now and justifies his method as an advance upon the classic systems based on pre-vectorial mathematics.



El arquitecto Carlos E. Esteve publicó en "Analema 17" un extenso y original artículo sobre "El cuadrante Solar del Real Monasterio de San Jerónimo" (Granada), en el que resumía sus primeros trabajos de investigación sobre temas gnomónicos. Prosiguiendo sus estudios sobre estos temas expone y comenta en el siguiente artículo una relación de los libros y escritos sobre Gnomónica que se hallaron en la extensa biblioteca (unos 600 libros) del insigne arquitecto, artista y humanista que fue Juan de Herrera. ML

OBRAS DE GNOMÓNICA EN LA LIBRERÍA DE JUAN DE HERRERA

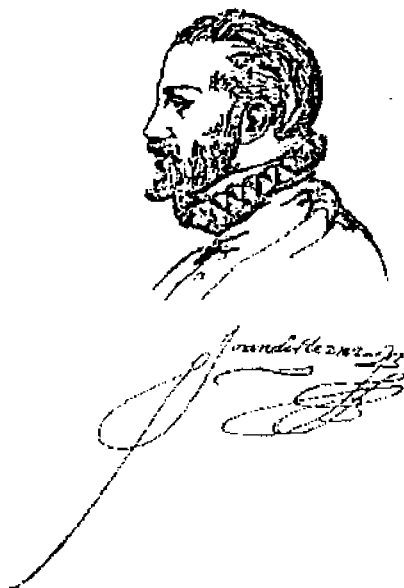
CARLOS E. ESTEVE SECALL

Juan de Herrera fue una figura influyente en el mundo científico español del siglo XVI, su obra arquitectónica es bien conocida por todos, pero no tanto su perfil de constructor e inventor de máquinas de todo tipo; su tratado de *Architettura y Machinas* (1), resume la idea del hombre renacentista donde la ciencia y la técnica van íntimamente unidas y cuyos fundamentos están basados en la geometría y en la mecánica.

La formación científico-técnica de nuestro autor llega a tal grado que el preceptor del hijo de Felipe II, Honorato Juan, le encarga en 1562, las figuras geométricas del código astronómico de Alfonso X el Sabio: *El libro de las Armellas* (2).

Su fama de hombre de ciencia fue reconocida por el ingeniero Cristóbal de Rojas y el gran matemático y hombre de ciencia Cristóforo Clavio, en cuyas obras le alababan como insigne matemático.

No voy a comentar sus obras arquitectónicas, ni de ingeniería, ni sus inventos para la ferrería o la construcción, tan solo voy a enumerar los libros de su biblioteca, en donde sin duda, se apasionaba intensamente en el estudio de las materias científicas con las que consiguió extensos conocimientos que le convirtieron en un hombre de ciencia.



AUTÓGRAFO Y EFIGIE DE JUAN DE HERRERA

La librería era sin duda, la de un hombre del Renacimiento, compuesta no solo por libros sino también por instrumentos, siendo la mayoría tratados científico-técnicos, impresos o manuscritos principalmente en lengua culta, es decir, en latín, pero también en griego, italiano y francés.

La relación de las obras gnomónicas de la librería de Juan de Herrera, entresacada del inventario general de sus bienes, hecho a su fallecimiento en 1597, es la que sigue, cuyo título y autor, intentaré especificar, ya que Francisco de Montoya, redactor del citado inventario, era un hombre de letras, no muy versado en términos científicos.

Los obras de Gnomónica eran:

Horología de Juan Paduano en latín.

Opus de Compositione et usu multiforium Horologiorum Solarium pro diversis mundi regionibus.

Venetys 1570. Joannis Paduanii Veronensis.

Oronzio de la. sustentas en el cuadrante.

De Universali Quadrante sinuumve organo.

Paris 1550 Orontio Fineo

Analema de Tolomeo de comandino con otro de relojes de lo mismo

Claudii Ptolemaei, liber de Analemate y Eiusdem liber de Horologiorum descriptione

Roma 1562. Federico Comandino.

Oronzio de Reloxes Solares y cuadrantes en latín

De gli Orivoli et quadranti a sole.

Venetia 1587. Orontio Fineo.

Juan batista benedito de rrelojes en latín.

De Gnomonum umbrarumque solarium usu.

Augustae Taurinorum, 1574. I^o Baptistae Benedictus.

Oronzio de cosas matemáticas quatro libros en latín

De Aritmética practica, libri quatuor. Paris 1555, Orontio Fineo.

Nomonica de escornero en latín

Gnomonice, hoc est, De descriptionibus Horologiorum sciotericorum omnis generis libri tres

Nuremberg 1562. Andreae Schoneri.

Horascopio de apiano general en latín con unos quadernos dentro manoscritos de astrolabio cathólico en romanze.

Astronomicum caesarum. Ingolstad 1540,

Pedro Apiano y los cuadernos manuscritos de la obra *De Astrolabo Católico*, incluido en el libro de *Cosmografía* de Pedro Apiano, el qual trata de la descripción del Mundo y sus Partes; por muy claro y lindo artificio, augmentado por el doctissimo varón Gemma Frisio doctor en Medicina y Mathematico excellentissimo con otros dos libros del dicho Gemma

de la materia mesma. Agora nuevamente traducido en Romance Castellano. Basilea 1548.

Un quaderno de cosas de rreloxes en rromanze con otros muchos papeles sueltos de trazas de los mesmos

Un cuaderno de apuntes en castellano, acompañado del diseño y trazado de diferentes tipos de relojes, del propio Herrera.

Otro libro encuadernado sin cubierta de trazas de rreloxes solares y otras cosas.

Otro libro encuadernado sin las tapas, es decir, sin el autor del trazado de los relojes solares.

Ocho quadernos por encuadernar manoescriptas en rromanze de cosas de rreloxes y otros instrumentos.

Ocho cuadernos de manuscritos en castellano del propio Herrera sobre relojes y otros inventos.

Un quaderno del Reloz intitulado zelum zesens

Un cuaderno del reloj cuyo título podría ser "coelum caesaris", el cielo del César o de los cesares, sin autor.

Declaración de el rrelox que se intitula zelum zesens en italiano con todas sus theoricas e instrumentos necesarios tocantes a todos los planetas.

Obra anterior. Declaración del reloj que tiene por título el "cielo de César", con todas las teorías e instrumentos necesarios, referente a todos los planetas.

Quaderno de diversos epigramas en alabanza del rrelox de juanelo

Cuaderno de diversas estrofas en alabanza al reloj de Juanelo, se refiere a uno de tipo mecánico que el ingeniero de origen italiano, famoso por sus experimentos de relojería, fabricó para Carlos I (3)

Declaración del Relox español

Declaración y uso del Relox Español entretejido en las armas de la muy antigua y esclarecida casa de Rojas, con el mesmo rrelox agora nuevamente compuesto por Hugo Helt Frisio y romançado por Francisco Sánchez natural de las Broças cô algunas addiciones del mesmo.. Salamanca 1549.

Declaración del uso de rreloxes.

Se debe referir a otra edición de la obra de Hugo Helt.

Así como seis obras en castellano e italiano, impresas y manuscritas sobre la obra del rey Alfonso X el Sabio y todos los instrumentos astronómicos.

En los casi setecientos libros que constaba el inventario de su excelente biblioteca, figuraban además de los citados, una gran cantidad de textos clásicos de Euclides, Teodosio, Arquímedes, Ptolomeo, Apolonio, Herón de Alejandría, Boecio, y Vitruvio; otros sobre Arquitectura civil y militar, Cosmografía, Astronomía, Geografía, Astrología e incluso obras sobre Filosofía Hermética.

Juan de Herrera se ocupó además de recopilar obras científicas y muchos instrumentos para la biblioteca del Real Monasterio de El Escorial, que fue considerado "el Templo de la Sabiduría". (4)

Bibliografía:

- (1) CERVERA VERA Luis. *El manuscrito de Juan de Herrera, indebidamente titulado Architettura y Machinas*. Patrimonio Ed., Valencia, 1996.
- (2) GARCÍA TAPIA, N. y VICENTE MAROTO, M.I. "Juan de Herrera, un científico en la corte española." Catálogo de la Exposición: Instrumentos Científicos del siglo XVI. Madrid, 1997 p.42.
- (3) PICATOSTE Y RODRÍGUEZ Felipe. *Apuntes para una Biblioteca científico española del siglo XVI*. Madrid 1891, p.317
- (4) GARCÍA TAPIA, Nicolás. "La fabrica del sitio". Catálogo de la Exposición: Madrid Ciencia y Corte. Madrid 1999, p.81

C. E. ESTEVE
Abril 2002

NOTA DE LA REDACCIÓN: La ilustre figura de Juan de Herrera es conocida sobre todo por sus obras del Monasterio de El Escorial, iniciadas por Juan Bautista de Toledo y llevadas a cabo por Herrera en el noble y clásico estilo arquitectónico que posteriormente llegó a llamarse "herreriano". Nacido en 1530 y fallecido en 1597, fue autor de otras numerosas obras arquitectónicas entre las que se destacan: la Casa de Contratación de Sevilla, la fachada de la Catedral de Valladolid, la fachada meridional del Alcázar de Toledo y, como obra hidráulica, la presa del pequeño embalse llamado con evidente exageración "Mar de Ontígola".

No sabemos si llegó a diseñar algún reloj solar aunque parece muy probable que así fuese, dado sus vastos conocimientos e interés sobre Gnomónica puestos de manifiesto por los textos relativos a este tema que se encontraron en su biblioteca.

Lo que sí se conserva es un precioso manuscrito, con comentarios de los "Libros del Saber de Astronomía" de Alfonso X el Sabio referentes a la Gnomónica e ilustrado con bellas figuras geométricas en color, algunas de las cuales fueron utilizadas por Rico Sinovas en su reedición monumental de los mencionados "Libros del Saber de Astronomía" de 1897. Este manuscrito fue compuesto para Honorato Juan, preceptor del Príncipe, como nos indica C.E. Esteve en el presente artículo. Se conserva en perfecto estado en la Biblioteca de El Escorial. Hace unos años fue examinado por dos miembros de nuestra Asociación, que propusieron a los bibliotecarios preparar una edición en facsímil, que no ha sido posible conseguir.

ML



DOS RELOJES DE MISA PROCEDENTES DE LA ABADÍA DE SANTA MARÍA DE BENEVIVERE

M.M. VALDÉS

Abadía de Santa María de Benevívere

En las inmediaciones de Carrión de los Condes (Palencia), en el Camino de Santiago, existió la abadía de Santa María de Benevívere, ocupada inicialmente, por la Orden del mismo nombre.

Tanto la Abadía como la Orden fueron fundadas, y generosamente dotadas, por Diego (Didacus) Martínez, notable personaje del final del siglo XII, que ocupó importantes cargos en la corte de Alfonso VIII, fundó varios monasterios, y abandonó la vida pública para recluirse en uno de ellos: la abadía de Santa María de Benevívere.

En los comienzos del XIII todavía se construía su Iglesia¹. Sus obras se extendieron a lo largo de muchos años después de la muerte de Diego, y necesitaron de la colaboración, entre otros, de Rodrigo Martínez (su hermano) para su desarrollo.

Las edificaciones se arruinaron a partir de la Desamortización de 1835.

Según el poema biográfico [03 04]² después de la muerte del fundador se celebraron exequias, se cantó una misa y se condujo su cuerpo a la sepultura.

Conocemos dos descripciones de la Abadía de Benevívere: la realizada en 1783 por el abate Ponz [05], y la descripción y dibujo de un sepulcro junto con la mención de un epitafio por Valentín Carderera (1836) [06].

Ponz dice que: "*En el sepulcro de Don Diego Martínez, magnífico para aquella edad, y situado en una capilla dedicada a San Miguel, hay un letrero:*"

HIC JACET VENERABILIS MEMORIAE DIDACUS
MARTINEZ

DOMUS BENEVIVERENSIS AEDIFICATOR
PATRONUS EIUSDEM DOMUS
CUIUS ANIMA REQUIESCAT IN PACE
OBIIT ERA MCCXIII NON[A]. NOVEMBR[IS]

La tumba del fundador situada, según Carderera, en la Sala Capitular y dibujada por él en [04], albergó los restos de D. Diego Martínez de Villamayor.

La época

El paso del primer milenio al segundo fue una época turbulenta en la naciente Europa. En la Península hacía cien años que se había alcanzado la línea del Duero y una de las más importantes actividades del momento era la de repoblar y organizar el vasto espacio dominado por los reinos cristianos.

La vuelta de los mozárabes a las regiones del Norte durante los siglos IX y X tuvo un gran impacto en la repoblación de las zonas recién conquistadas. Su presencia llegó hasta el Sur de Francia. Sin embargo su liturgia y sus costumbres fueron sustituidas más tarde por la liturgia y los modos importados de la Borgoña.

El culto mozárabe, en su doble versión: el conservado en las regiones cristianas en expansión y el incorporado por la inmigración de comunidades mozárabes mantenía los ritos y costumbres de la primitiva Iglesia Visigoda, que eran semejantes a los practicados por la Iglesia Bizantina³, ya que partían de un origen común.

Al producirse el Cisma, la Iglesia Romana abandona y elimina los hábitos de la Iglesia

Oriental aunque fuesen practicados, como en el caso mozárabe, por comunidades obedientes a Roma⁴.

Como detalle de las costumbres de la iglesia primitiva hispánica, recordemos que los mozárabes fijaban el momento de las oraciones diurnas, de acuerdo con una antigua costumbre rural romana, mediante el uso de horologios o tablas de pies⁵. La hora se determina midiendo con los pies la longitud de la sombra de una persona

³ algunas de las características del culto mozárabe se identifican por el uso de: cancelos, iconostasio, habitaciones laterales, procesión, ausencia de imágenes y relieves, excepto la cruz con el alfa y omega, horologio para señalar las horas.

⁴ En 1081 el concilio de Burgos abolió el uso de la primitiva liturgia hispana. Un primer duelo jurídico dio la razón al rito mozárabe; fue seguido de una prueba de fuego, donde el ritual romano se consumió entre las llamas, mientras el mozárabe salió ileso. Sin embargo Alfonso VI, con gran sentido de la jerarquía, dijo: "*allá van leyes do quieren reyes*", imponiendo la generalización del culto romano en sustitución del mozárabe que tanto recordaba al bizantino (fecha del cisma 1054). Más tarde escribió al abad de Cluny: "*en cuanto al rito romano que hemos adoptado, obedeciendo vuestras órdenes, sepa que el pueblo está desolado...*"

⁵ horologios de San Pedro de la Nave y del Liber Ordinum.

¹ En [02], página 36, se dice que en 1206 un tal Juan Fernández dona 100 maravedises para su fábrica

² Versos 519 *exequias celebrant; cantatur missa; sepulcrum* 520 *corpus habet; gaudet spiritus ante Deum*

Durante el final del siglo XII el mapa político de la Península experimenta profundos cambios. Alfonso VIII (1158-1214)⁶ ensancha las fronteras y aborda la reforma de la organización administrativa y religiosa de sus dominios. Este cambio, que se apoya no solamente en el Cister sino también en otras reglas monásticas, se realiza mediante la importación de cultura, principalmente borgoñona, aportada por los monjes y comunidades que, procedentes del centro de Europa, se asientan en los territorios castellano-leoneses. El Camino de Santiago es una muestra del vigor de la reorganización interna de los territorios cristianos.

Las pequeñas comunidades religiosas construían sus iglesias, muchas veces templos rurales⁷, con las normas y el estilo que hoy conocemos como románico de la primera época. En muchas de ellas se conservan todavía relojes de sol, conocidos con el nombre de *relojes canónicos o de misa*, que señalan⁸ las horas: tercia, sexta y nona (la hora de la comida en el invierno) además de las de salida y puesta del Sol. En general estos relojes se tallaban en la fachada sur y próximos a la puerta principal.

Estela funeraria

En el Museo Diocesano de Palencia se custodia una lápida funeraria de 74*38*9 cm. procedente de la abadía de Santa María de Benevivere. En su cara delantera se pueden leer las dos inscripciones que se transcriben en los cuadros 2 y 3 junto a dos relojes de sol del tipo de misa o canónicos⁹.

⁶ Sucedió a Alfonso VII (1126-1157) y Sancho III el Deseado (1157-1158). El poema hace mención de la conquista de Cuenca (1177), un año después de la muerte de Diego Martínez. En las Alnavas de Tolosa (1212) frenó definitivamente el empuje de los almohades.

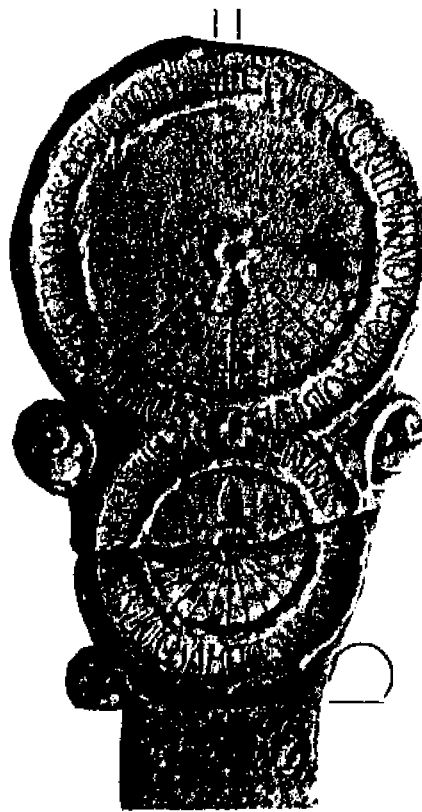
⁷ Aunque, afortunadamente, hay también maravillosas muestras de iglesias de gran tamaño.

⁸ De *heterodoxa manera*, pues los relojes de sol que señalan las horas temporarias (el horario usual heredado de los romanos consistía en dividir el tiempo comprendido entre el Orto y el Ocaso de cada día en doce partes iguales) son más complicados que la simple división en partes iguales entre sí de la faz del reloj. A su vez, para indicar la hora de los rezos canónicos, sólo se trazaban las 5 líneas que corresponden a prima, tercia, sexta, nona y vísperas.

⁹ Hasta el momento están identificados y fotografiados en la portada de iglesias españolas mas de 280 relojes de ese tipo.

En la cara posterior (que, dada la densidad del grabado de la cara delantera puede parecer inacabada) se lee, con mayor dificultad que las anteriores, otra, leyenda situada en un doble alineamiento periférico

Uno de los relojes contiene las doce horas, el otro solamente las cinco correspondientes a los momentos de los rezos canónicos.



Cara delantera de la estela funeraria de Didacus

La inscripción periférica de la cara delantera (cuadro nº 2) nos dice que fue Didacus, persona de venerable recuerdo y que murió en la nona de noviembre de la era 1214¹⁰, el que fundó este monasterio, siendo Pascasio el primer abad. Estos datos concuerdan con los contenidos en el testamento de Didacus [03]¹¹ y con el epitafio antes escrito.

Otro grabado de esta cara se refiere al tamaño de los días a lo largo del año¹² (cuadr nº 3)

Así pues, en esta cara se encuentran representados:

- dos relojes de sol
- la duración de los días a lo largo del año
- una leyenda funeraria

Pero la leyenda funeraria no coincide con la que, según los viajeros antes citados, figuraba en la tumba del fundador situada en la sala capitular.

La lápida que comentamos no está tallada para ser colocada en el interior de un edificio.

Esta circunstancia, junto con la diferencia en las leyendas funerarias, nos lleva a suponer, con la casi completa seguridad de acertar, que el cadáver del fundador tuvo dos enterramientos: uno provisional señalado por la estela depositada hoy en el Museo Diocesano, y otro mucho más importante situado en la sala capitular, que fue el que describieron Ponz y Cardenera.

Su estado de conservación es aceptable aunque mejoraría con una limpieza general.

¹⁰ Viernes 5 de noviembre de 1176

¹¹ Fechado en Benevivere el XI de las calendas de noviembre era M CC XIII (22 de octubre de 1176) pocos días antes de su muerte, siendo Reyes en Toledo y en Castilla Alfonso y su esposa Leonor. Diego Martínez oyó su lectura y la corroboró con su mano haciendo el signo que figura a su pie. El signo es una artística Cruz. *Lega sus bienes et uobis domno Paschalis eiusdem loci abatti...*

¹² Además de las horas temporarias, para estimar la duración de los días y el curso de los astros se utilizaban, las horas equinocciales, que tienen el mismo tamaño que las horas que utilizamos actualmente.

Relacionados con el personaje al que está dedicada se conservan los documentos que se indican en la Bibliografía: el testamento de Diego Martínez y un poema que nos cuenta su vida.

Posible emplazamiento

La presencia de los dos relojes de sol en la cara delantera, con el agujero de colocación del gnomon capaz de sujetar las dos varillas, nos permite suponer que no se trata de símbolos¹³ sino de aparatos de medida de las horas. El superior señalaría las horas de los rezos y el inferior regularía el resto de las actividades laborales de la comunidad.

Su emplazamiento, naturalmente señalando el sepulcro de Didacus, debió estar al aire libre y orientado hacia el sur. Esta situación junto con el tamaño de la estela, recuerda las costumbres de los primitivos monasterios irlandeses.

Inscripciones de la estela de la abadía de Benevivere (1176) CARA A.

ERA MCCXIII N[O]N[A] NOVEMBRIS OBIT VENE-
RABILIS
MEMORIE DOMINUS DIDACUS ORDINIS ET DOMUS
BENEVIVERENSIS EDIFICATOR EXISTENTE
DO[MI]N[O]
PASCASIO EIUSDE[M] DOMUS PRIMO ABATE

Cuadro nº 2

Utilización del Monumento

La estela es, al mismo tiempo que un recuerdo y homenaje a Diego Martínez, un instrumento de medida del momento de las oraciones (reloj superior con las horas prima, tercia, sexta, nona y el final del día) y de las demás actividades de la comunidad (reloj inferior con las doce horas temporarias).

La duración de los días indicaría el tiempo disponible para las labores y trabajos manuales. En la cara posterior se podían leer la ordenación de ciertas ceremonias a lo largo del año.

Tal vez se quiso simbolizar, siguiendo las costumbres de la época, un recuerdo del fundador que, desde la estela que señalaba su tumba, seguía rigiendo el ritmo de las actividades de la comunidad.

Duración de los días

Es curioso observar que las horas consignadas en la estela como duración del día para cada mes del año, no corresponden con el tamaño del día en la latitud de Carrión de los Condes¹⁴ que es 42° 30' N. (cuadro nº 4).

El tamaño se establece mediante la sencilla regla mnemotécnica de incrementar, o disminuir, en dos horas la duración del día en el mes anterior.

La longitud extrema de los días corresponde aproximadamente a la latitud de 58°, es decir a Escocia. Irlanda se halla en la latitud de 53°, Borgoña en la de 48°.

	Bene	Carr.
junio	18	15.2
mayo-julio	16	14.6
abril-agosto	14	13.4
marzo-septiembre	12	12.0
febrero-octubre	10	10.6
enero-noviembre	8	9.4
diciembre	6	8.8

Cuadro nº 4

La discrepancia entre la duración de las horas de la inscripción con las del lugar donde apareció, nos sugiere que se trata de la copia o memorización de un texto que acompañó a parte de la comunidad fundadora, que procedería del Centro de Europa, y fue esculpido sin comprobar su validez local.

Inscripciones de la estela de la abadía de Benevivere dentro del semicírculo superior CARA A

IN HIS SEPTEM CIRCULIS DESIGNANTUR HOR[A]E DIEM UNICUIUS[QUE]
MENSIS: IUNI[O] [H]ORAS XVIII
MADIUS ET IULIUS HABENT HORAS XVI
APRILIS ET AUGUSTUS HABENT HORAS XIII
MARCIVS ET SEPTEMBER HABENT HORAS XII
FEBRUARIUS ET OCTOBER HABENT HORAS X
IANUARIUS ET NOVEMBER HABENT VIII
DECEMBER HABET HORAS VI

Cuadro nº 3

¹³ Algunos relojes de misa adoptan una forma semejante a la del Crismón, es decir contienen trazos por encima del punto de inserción del gnomon. Desde el punto de vista gnomónico estas rayas y trazos son inútiles y por tanto sólo pueden tener un significado simbólico. Los relojes de Sol de tipo canónico no eran sólo instrumentos de medida del transcurso del tiempo sino también símbolos de ideas

y conceptos que hoy no podemos definir con precisión, pero que, en su época, eran comprendidos fácilmente.

¹⁴ Por otro lado los tamaños de los días varían en 2 horas cada mes. Este incremento uniforme no puede ser exacto, debemos atribuirlo a una regla nemotécnica para facilitar el recuerdo de la tabla.

Final

La lauda de Santa María de Benevívere conserva en el Museo Diocesano de Palencia, reúne una serie de singularidades fuera de lo común. Nos recuerda esa época turbulenta en la que se ponen los cimientos del futuro Imperio; los movimientos de grupos de personas que llevan con ellos sus tradiciones ancestrales; la fundación de monasterios y órdenes religiosas que son la base de la organización administrativa y de la transmisión de la cultura.

Junto a la estela existen, por un azar en la conservación de los documentos, el testamento del personaje al que está dedicada (el fundador de la Orden y Abadía de Santa María de Benevívere), un poema sobre su vida redactado por un abad de esta abadía, y un retrato de Diego Martínez.

Así mismo, figuran en su frente, grabados con muy buena técnica y gusto, los dos únicos relojes de misa o canónicos fechados entre los conservados en España. (Tampoco abunda esta peculiaridad entre los relojes europeos)

La estela funeraria objeto de esta nota, acompañada por los documentos escritos que se refieren al fundador de la Orden y abadía de Santa María de Benevívere, **es una pieza de extraordinario valor**, que añade dos importantes relojes canónicos o de misa a los ya conocidos, independientemente de que aún no podamos contestar a las siguientes preguntas:

- ¿Existieron dos sepulcros para albergar los despojos del fundador ?
- ¿Fueron monjes de tradición Centro Europea los que acompañaron a Diego Martínez en la fundación del Monasterio y Orden de Santa María de Benevívere ?
- ¿Procedían del Norte de Europa ? (duración de los días)

Manuel María Valdés.
Mayo 2002

BIBLIOGRAFÍA.

- [01] Archivo Histórico Nacional . código 1281: *Un poema latino medieval*: Humanidades 13 (1961) 275-321
- [02] Abad Pascasio (Pascual) Rustan: *Vida del señor diego martinez ...* A.H.N. código 1281
- [03] Archivo Histórico Nacional (Benevívere1691/3 (4): *Testamento manuscrito de Didacus*
- [04] José Castro Sánchez: *Biografía métrica-latina de Diego Martínez Salvador, Abad de Santa María de Benevívere* [microforma] (Tesis Doctoral)(1993) [X/5054]
- [05] A. Ponz: *Viage de España* tomo 11º de 28 (1783)
- [06] Valentín Carderera: *Iconografía Española* (Madrid 1855-1864)
- [07] Diccionario ESPASA artículo: *Santa María de Benevívere*
- [08] Luis Fernández S.J. *Colección Diplomática de la Abadía de Santa María de Benevívere* (Palencia) 1020-1561 Madrid: Escuela Gráfica Salesiana.(1967)
- [09] Luis Fernández S.J. *La Abadía de Santa María de Benevívere durante las Edad Media. Su historia, su regla.* Miscelánea Comillas 1962 254 Págs.
- [10] Ángel Sancho Campo :*El Museo de Palencia: Origen, formación y estado actual. Guía* (El arte Sacro en Palencia. Descripción, Catalogación y estudio de las obras de arte más importantes de la Diócesis-provincia de Palencia Vol. II) Palencia D.L. 1999



Retrato de Didacus
(según Carderera)

Se expone en este artículo un interesante trabajo de investigación arqueológica debido a Joan Olivares, eminente gnomonista del "País Valencià", autor de muy diversas publicaciones, entre las cuales se encuentra el libro, reseñado en "Analema 31", *Relotges i calendaris solars a la Vall d'Albaida, constructor de numerosos relojes solares y ganador, con un original diseño, del tercer premio del VI Concurso Internacional "L'ombre di Tempo" patrocinado por Unione Astrófila Italiana y Società Astronomica Italiana.* ML

EL RELOJ DE SOL DE "ELS CATANS"

J. OLIVARES

En el montañoso paraje de *els Catans*, cerca de la Ermita de *sant Antoni Abat* en el término municipal de *Bocairent (País Valencià)*, se pueden ver las heridas producidas en el paisaje por antiguas y menudas cante-ras abandonadas. En una de ellas, llama la atención un pequeño y extraño grabado. A primera vista, el curioso relieve recuerda, por la forma, disposición y dibujo, un reloj de sol de pared, sin embargo, los signos representados, no parecen tener ninguna relación con los que se suelen representar en los relojes clásicos. El grabado se encuadra en un recinto que tiene la forma de la mitad inferior de una elipse, con el semieje mayor de unos 11 cm. de longitud, en posición vertical, y el eje menor, de unos 16 cm. de longitud, horizontal. La superficie del recinto está muy refinada y perfectamente delimitada por un borde redondeado que sobresale de la pared.

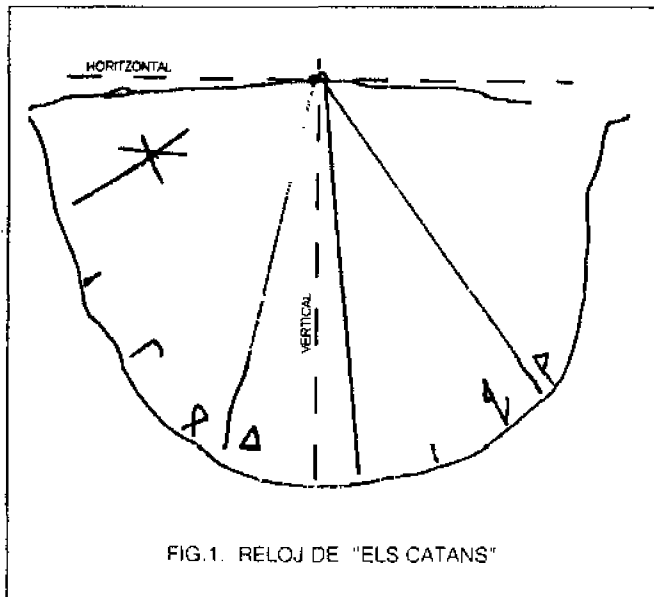


FIG. 1. RELOJ DE "ELS CATANS"

Tiene grabadas 7 líneas radiales, 4 claramente marcadas y 3 más desgastadas. Otra línea radial aparece simplemente pintada de un color rojizo —no sabemos si corresponde a la misma época de las anteriores o si es posterior—. Presenta, también, el conjunto, diversos símbolos grabados junto a su límite inferior, distribuidos con cierta regularidad.

En el punto medio del eje menor, que limita el grabado por arriba y que correspondería al centro de la elipse, hay un pequeño orificio practicado en la piedra que tiene la profundidad suficiente para sostener el gnomon (perpendicular al plano) del hipotético reloj.

Además, se encuentran otros dos orificios aproximadamente sobre este mismo eje a una distancia de unos 6 cm. del central y de características semejantes al primero, de los cuales no alcanzamos una posible utilidad. La pared sobre la que se ubica el grabado declina al este unos 17°

Así pues, la forma, la disposición de los signos y las líneas, el orificio central y la orientación del grabado, parecen demasiadas coincidencias para tomarlas como tales. Todo ello nos inclina a pensar que, si este conjunto tenía alguna utilidad práctica, no podía ser otra que la de reloj solar. En adelante lo llamaremos, pues, "reloj de *els Catans*".

Hemos comparado la posición de los símbolos y las rectas con la de las líneas horarias correspondientes a relojes de horas temporarias y de tiempo verdadero (azimutales) con gnomon perpendicular, para las distintas épocas del año, sin que hayamos llegado a ninguna conclusión definitiva. A pesar de que hay coincidencias, sobretudo en los horarios de verano, no se puede descartar que se deban al azar.

Como ya dijimos, los signos representados no parecen corresponder a ninguna numeración conocida ni, en principio, a ningún otro símbolo común. De esta manera, el estudio del curioso reloj se hace bastante difícil. Sin embargo, si comparamos su forma con la de algunos antiguos relojes de misa, no podemos dejar de observar algunas coincidencias, aunque quizá no sean más que eso. En el reloj de misa de la figura 2, observamos una línea (la situada entre la *prima* y la *tertia*) que está señalada con una cruz. Eso mismo ocurre en nuestro grabado, y justamente en la línea que ocupa esta misma posición.

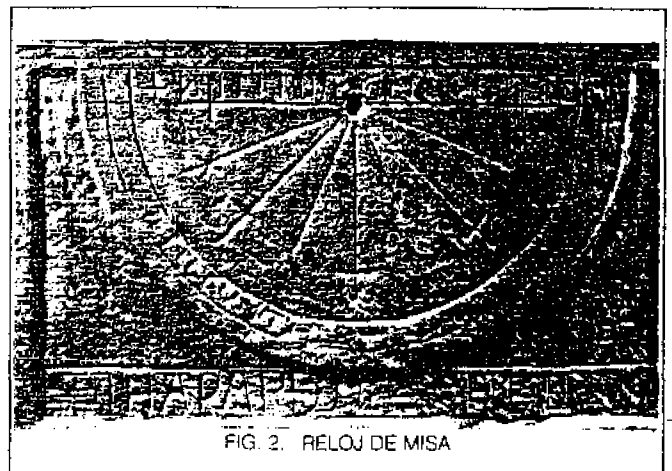


FIG. 2. RELOJ DE MISA

Por otra parte, si observamos el reloj de la figura 3 (5018 G - Gibbs Sharon), encontramos nuevas coincidencias que, sin embargo, nos llevan en otro sentido.

El de Gibbs es un reloj de tradición griega, que utiliza las letras de aquel alfabeto para representar las horas A=1, B=2, Γ=3, Δ=4, etc. En nuestro reloj de Els Catans, vemos algunos símbolos que se podrían identificar con algunas de estas letras griegas (concretamente la Δ y la Γ se ven bastante claras), y aunque no ocupan el lugar exacto que les correspondería en un reloj de estas características, tampoco se alejan demasiado.

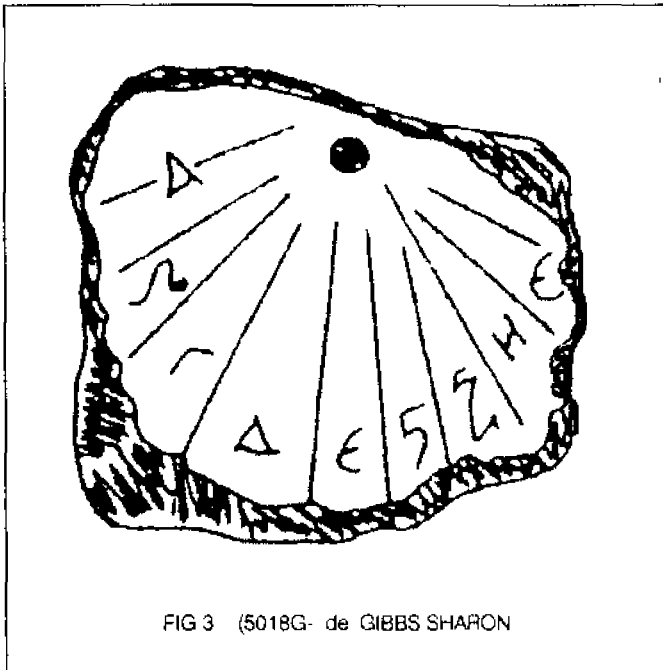


FIG 3 (5018G- de GIBBS SHARON)

Es posible que una inspección más a fondo hecha por especialistas permitiera identificar algún otro numeral griego, por nuestra parte, no hemos sido capaces de ver más que lo que se indica en el dibujo adjunto.

Dadas todas estas circunstancias nos atrevemos a proponer dos hipótesis (ambas con mucha reserva), a la par que invitamos a los lectores a que nos sugieran las suyas propias o corrijan las nuestras. Naturalmente, ambas hipótesis admiten a priori que se trata de un reloj solar.

a) El reloj de sol es de época reciente (no hemos podido averiguar cuándo se dejó de explotar la cantera, aunque nos aseguraron que no se usó durante los dos tercios del pasado siglo), pongamos finales del XIX o principios del XX, y lo usaban los canteros para guiarse en el trabajo. En este sentido, ya [proxim] que el [prox] marca el tiempo verdadero con cierta [proximación] durante los meses próximos al solsticio de verano.

b) El reloj es de época bizantina, utiliza la numeración griega y se conserva desde aquella época en la cantera. Sabemos que los bizantinos anduvieron no muy lejos de estas tierras allá por el siglo VII de nuestra era, pero, consultado el arqueólogo local, averiguamos que no existe ningún indicio documental ni arqueológico de que llegaron a establecerse en Bocairant o alrededores.

Admitimos que esta segunda hipótesis es remotamente improbable, pero hemos creído interesante exponerla aunque solo sea para que alguien la rebata de forma contundente. La primera hipótesis, mucho más plausible, plantea, sin embargo, el enigma del significado de los símbolos, ciertamente intrigante. No debemos descartar, sin embargo, una tercera posibilidad: que no se trate de un reloj solar sino de algún otro ingenio de utilidad u objeto desconocido.

Pero si bien esta tercera vía abriría nuevos, y quizá no menos sugerentes interrogantes, éstos ya no serían objeto de la gnomónica.

JOAN OLIVARES

Otos, Junio de-2002



FOTOGRAFIA DEL RELOJ DE ELS CATANS

EL RELOJ DE LA COLEGIATA DE BELMONTE

M. MILENIO

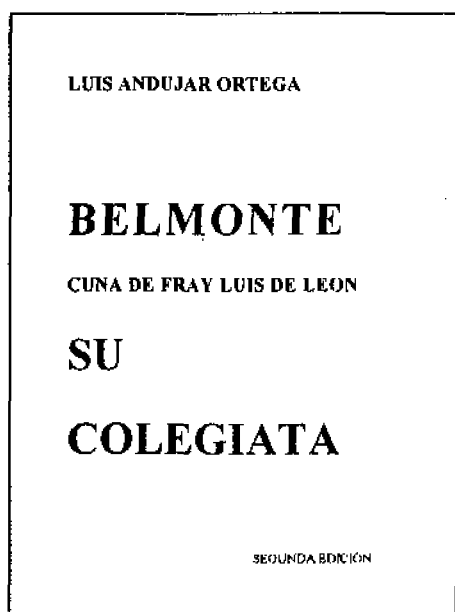
1. ANTECEDENTES

En la mayor parte de los relojes solares reseñados en los diversos repertorios y catálogos que se han publicado en estos últimos años no se especifican, excepto en algunos raros ejemplares, datos fehacientes de la fecha de construcción, ni el nombre del constructor. No obstante su datación y el autor pueden ser establecidos en muchos casos con bastante aproximación por medios indirectos, tomando en consideración el estilo y diseño de la faz, los motivos ornamentales, las leyendas que eventualmente aparecen o las tradiciones y referencias locales.

Reseñamos en este artículo un notable reloj solar situado en Belmonte (Cuenca), del cual se poseen referencias suficientes para la perfecta identificación de sus autores, fecha de construcción (1623) e incluso el precio de coste del reloj, 101 reales de aquel tiempo.

Los datos en los que se basa este artículo están tomados del libro del R.P. D Luis Andújar, párroco de la Colegiata, cuya portada se muestra a continuación.

Agradecemos a su autor la autorización para utilizar este texto, y la eficaz ayuda y colaboración que ha prestado en todo momento al equipo que recogió la información y fotografías que se adjuntan.



2. LA COLEGIATA DE SAN BARTOLOMÉ

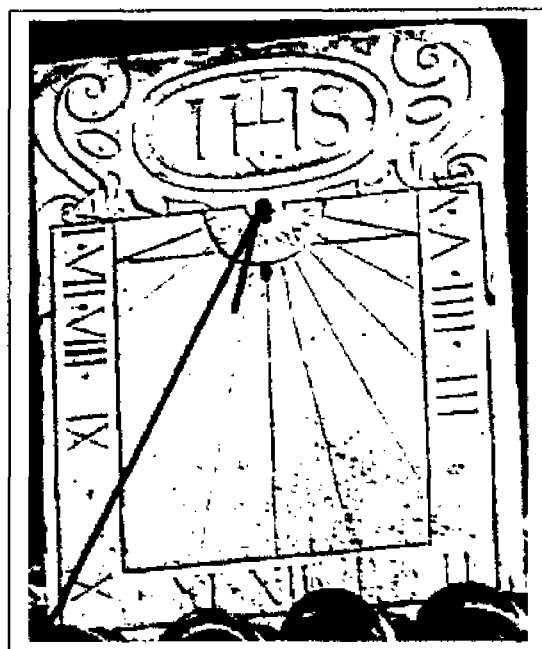
La primitiva Colegiata visigótica se construyó sobre la primera edificación de la antigua Parroquia; de ella quedan tan solo algunos escasos vestigios. Pasada la dominación árabe fue reformada y ampliada, como era usual en los edificios religiosos y civiles de aquellas épocas. El dato histórico más significativo que se conserva es una Bula del Papa Honorio III de 1223 que se refiere a la Parroquia de San Bartolomé de Bellomonte, pasando a ser Colegiata en 1495, por Bula de Pío II.

Las posteriores reformas y ampliaciones acumularon fábricas y trazados de diferentes estilos, desde el románico y gótico hasta el barroco y neoclásico.

Aunque no nos referimos a los detalles arquitectónicos y decorativos de la Colegiata, es necesario hacer constar las riquezas artísticas e históricas acumuladas en su interior y en el museo anexo, que no podemos dejar de calificar como excepcionales y sorprendentes.

3. EL RELOJ SOLAR

El reloj solar está colocado sobre el tejado de la fachada meridional, exento y apoyado sobre el muro frontal. Está constituido por una losa vertical de piedra caliza



de dimensiones 1,30 x 90 x 24 cm. Su visibilidad es buena, aunque si el observador está situado a poca distancia de la fachada del edificio algunas tejas del alero, que sobresalen del muro, dificultan ligeramente la lectura de las horas cercanas al mediodía.

El trazado es correcto desde el punto de vista gnomónico. Tanto la decoración, formada por varias líneas rehundidas que dibujan unos motivos ornamentales muy al gusto de la época, como el acróstico I.H.S. y los numerales romanos se conservan perfectamente.

Como es frecuente, el Gnomon original parece haber sido reemplazado en tiempos no muy lejanos.

4. DATACIÓN, CONSTRUCTORES Y COSTE

Según los datos que figuran en el libro antes mencionado, que reproducimos textualmente:

"En Enero de 1623 se colocó sobre el muro frontal de esta misma fachada el Reloj de Sol que con su ritmo silencioso todavía nos marcas las horas de la Villa.

La piedra donde se grabó el reloj se trajo de La Poveda, y la labraron Matías Martínez y Juan Vizcaino por 101 reales"

RELOJES EQUIVALENTES

COMENTARIOS AL ARTÍCULO DE J. DE LA CALLE

A. PÉREZ SERRADA

En el nº 34 de ANALEMA, don Jesús De la Calle describe de manera muy sencilla y didáctica la forma de construir el reloj horizontal equivalente a otro oblicuo genérico y proporciona algunas fórmulas para calcular los parámetros fundamentales de dicho reloj equivalente.

Como eché de menos en dicho artículo una generalización que recapitulase todo lo expuesto y lo resumiera en un conjunto mínimo de fórmulas cerradas, me he tomado la licencia de hacerlo yo mismo. Aunque seguramente mi desarrollo no sea tan claro ni intuitivo como el del Sr. De la Calle, los resultados finales son muy simples y especialmente apropiados para implantarlos en máquinas de cálculo automático.

El problema del cálculo de un reloj horizontal equivalente a otro oblicuo (esto es, inclinado y declinante) se simplifica grandemente si se resuelve previamente este otro problema puramente geométrico:

1. Dado un plano oblicuo en un lugar ¿En qué otro lugar es horizontal?

Sean (λ, φ) las coordenadas del lugar y (D, i) las coordenadas gnomónicas (declinación e inclinación) del plano oblicuo. Para una recta ortogonal al plano (estilete normal) es evidente que su acimut es igual a D y que su elevación es el ángulo complementario de la inclinación, $r=90^\circ-i$ (a r se le llama reclinación y vale 90° para un plano horizontal y 0° para uno vertical).

Es bien sabido que para cualquier punto sobre la Tierra su latitud es igual al ángulo complementario al abarcado entre el Polo Norte celeste (P) y el cenit del lugar (Z) y que su longitud es el ángulo formado por el meridiano celeste situado sobre el lugar y el meridiano celeste que contiene al Sol en el instante que pasa por Greenwich.

Debido a ello, es fácil darse cuenta de que este problema se reduce a calcular las coordenadas celestes absolutas (ángulo horario y declinación) del punto Q, cenit del cuadrante y proyección del estilete normal sobre la esfera celeste: H_0 será la diferencia de longitud con el lugar buscado y δ_0 la latitud equivalente de dicho sitio.

Aplicando las fórmulas clásicas de la trigonometría esférica se obtiene:

$$\begin{aligned} \tan(H_0) &= \frac{-\sin(D)}{\sin(\varphi) \cdot \cos(D) + \cos(\varphi) \cdot \tan(r)} = \frac{-\sin(D)}{\sin(\varphi) \cdot \cos(D) + \cos(\varphi) \cdot \tan(i)} \\ \sin(\delta_0) &= \sin(r) \cdot \sin(\varphi) - \cos(r) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(D) = \cos(i) \cdot \sin(\varphi) - \sin(i) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(D) \end{aligned}$$

Y con eso ya se puede determinar:

$$\lambda_{eq} = \lambda + H_0 \quad \text{y} \quad \varphi_{eq} = \delta_0$$

Así ya es posible plantear el problema inicial:

2. ¿Cómo es el reloj horizontal equivalente a un reloj de sol oblicuo?

Cualquier reloj de sol oblicuo queda completamente descrito por la inclinación del eje polar sobre el plano del cuadrante, la rotación de las líneas horarias y la posición del estilo con respecto a la línea de máxima pendiente.

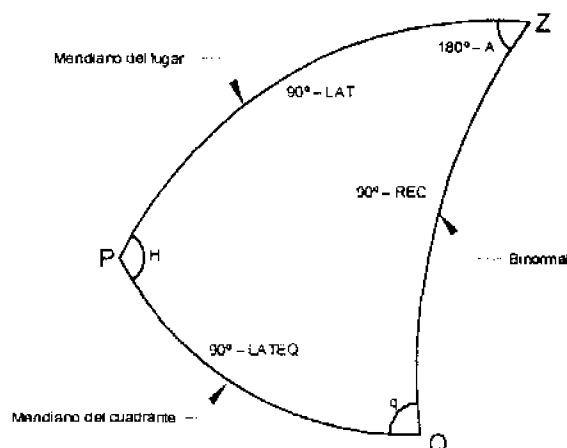
Comenzando por lo más fácil, si se traslada el cuadrante a sus coordenadas equivalentes, es inmediato que el ángulo formado por el eje polar y el plano del cuadrante (altura del estilo) coincide con su latitud equivalente:

$$AS = \varphi_{eq}$$

Por otra parte, sabiendo que H_0 es el ángulo (horario) que forman los meridianos celestes que contienen al cenit del lugar (en la figura, PZ) y al cenit del cuadrante (PQ), está claro que nuestro reloj oblicuo lleva un adelanto de $(H_0/15)$ horas sobre uno horizontal emplazado en el mismo sitio; para tener en cuenta este hecho se deben reenumerar las líneas horarias del reloj oblicuo restándoles dicha cantidad. Precisamente por eso, a dicho ángulo

$$H_{ss} = -H_0$$

se le conoce como ángulo horario de la (línea) subestilar.



Por último, si se considera el círculo mayor que contiene al cenit del lugar y al cenit del cuadrante, en virtud de un teorema clásico de la geometría se verifica que dicho círculo es simultáneamente perpendicular al plano horizontal y al del cuadrante y contiene, por tanto, a la línea de máxima pendiente. Por eso, el ángulo SD formado por este círculo y el meridiano que pasa por el cenit del cuadrante es igual al ángulo existente entre la línea subestilar y la de máxima pendiente. En el diagrama este ángulo coincide con el ángulo paraláctico de Q, $q = PQZ$, que se puede determinar aplicando otra vez la fórmula de la tangente:

$$\tan(q) = \frac{\sin(180^\circ - D)}{\cos(180^\circ - D) \cdot \cos(i) + \sin(i) \cdot \tan(90^\circ - \varphi)} = \frac{\sin(D)}{\cos(i) \cdot \cos(D) + \sin(i) \cdot \tan(\varphi)}$$

En definitiva, se tienen los siguientes fórmulas generales para determinar parámetros del reloj equivalente a otro oblicuo cualquiera:

$$\begin{aligned} AS = \varphi_{eq} &= \arcsin(\cos(i) \cdot \sin(\varphi) - \sin(i) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(D)) \\ H_{ss} = -H_Q &= \arctan\left(\frac{\sin(D)}{\sin(\varphi) \cdot \cos(D) + \cos(\varphi) \cdot \tan(i)}\right) \\ SD = q &= \arctan\left(\frac{\tan(D)}{\cos(i) + \sin(i) \cdot \tan(\varphi) / \cos(D)}\right) \end{aligned}$$

Ejemplo: Sea un reloj inclinado y declinante con los siguientes parámetros:

$$D = +40.3^\circ \quad i = +70^\circ \quad \varphi = +42.9^\circ \quad \lambda = +2.7^\circ (W)$$

Aplicando las ecuaciones del primer apartado resulta que el plano del cuadrante es horizontal sobre un punto de la Tierra situado en $\varphi_{eq} = -16.988^\circ$ y $\lambda_{eq} = -36.758^\circ$. Y si se opera directamente con las ecuaciones anteriores se obtiene $AS = -16.988^\circ$, $H_{ss} = 39.458^\circ$, $SD = 29.697^\circ$.

Comentarios finales:

- La equivalencia entre relojes de sol es incompleta no sólo por el desplazamiento de las líneas de horas y el giro del gnomon. Sucede además que la oblicuidad puede reducir el periodo de insolación teórico sobre el lugar equivalente, ya que no hay sombra cuando el astro está por encima del plano del cuadrante pero por debajo del horizonte.
- No es caprichoso el arreglo final de la fórmula de SD. Si se expresa de esa forma y se aplica la función $\text{ang}(x,y)$ —presente en la mayoría de calculadoras— en lugar de $\arctan(y/x)$ se obtendrá siempre el valor correcto del arco-tangente.
- Reorganizando convenientemente las ecuaciones anteriores se puede resolver de forma análoga este otro problema: determinar los ángulos i , D y SD que habría que mover un cuadrante diseñado para un lugar para que funcione correctamente en otro.
- Es posible (y tal vez más conveniente) realizar un desarrollo similar al anterior utilizando coordenadas cartesianas en vez de polares.

Se remite al lector interesado a la página web <http://www.iae.nl/users/ferdy/>

A. PÉREZ SERRADA
Junio 2002

NOTA DE LA REDACCIÓN:

Nos complace publicar este artículo de nuestro nuevo asociado Anselmo Pérez Serrada, en el que se comenta un anterior escrito sobre este mismo tema de Jesús de la Calle. Creemos que los comentarios y matizaciones de los artículos publicados en "Analema" pueden contribuir fundamentalmente a la comprensión de los conceptos, fórmulas y dibujos que, aunque sean de una claridad meridiana para su propio autor, a veces no son tan evidentes o directamente asimilables para sus lectores. (Aclaramos que en este caso particular ambos escritos son perfectamente comprensibles, y hasta cierto punto complementarios, incluso en una primera lectura.)

Llamamos la atención sobre el primer comentario del autor: Efectivamente, la equivalencia de ambos relojes es incompleta: Las líneas horarias no coincidirán, y no basta con girarlas un ángulo determinado y los periodos de insolación tampoco son idénticos. Los relojes son "equivalentes", pero no iguales.



TRANSPORTE DEL RELOJ A LA
LATITUD EQUIVALENTE λ_{eq}

El Autor del presente artículo denomina "Bilaminar" a un reloj basado en el bifilar de Michnik, en el que los hilos están reemplazados por dos láminas, siendo de altura fija la situada según dirección N-S e inclinable la E-W, lo que permite variar la altura del borde de la misma y por lo tanto adaptar el reloj a diversas latitudes conservando la ventaja de este tipo de relojes en los que los ángulos horarios son todos iguales. Su construcción puede verse en "Analema 9". En este artículo indica como puede adaptarse a una posición vertical

ADAPTACIÓN DE UN RELOJ BILAMINAR

L. HIDALGO

Hace años se publicó en nuestra revista "Analema" (nº 9, Dic.93) en la sección de "Taller", un artículo referente a un reloj horizontal bilaminar cuya característica principal era que al dotar a la lámina Este-Oeste (h) de la misma altura que la de la lámina Norte-Sur (h') y al deslizar aquella sobre un cuarto de círculo graduado, que representan la latitud del emplazamiento, automáticamente cumple, gracias a este artificio, los requisitos de un reloj bifilar con horas equiangulares, con separación de 15°, condición muy importante para hacer la corrección de la hora solar a la oficial y que se podía utilizar para cualquier latitud del hemisferio Norte, puesto que la graduación creciente de las horas llevan el sentido de las manillas del reloj mecánico. Finalizaba dicho artículo exponiendo las ventajas e inconvenientes del reloj.

El objetivo del presente trabajo es contestar a un comunicante residente en Gijón (Asturias) interesado por el cuadrante. Pregunta si existe la posibilidad de adaptarlo a un muro vertical que es donde desearía adosarlo, y de ser posible, como debería llevarlo a cabo y como tendría que modificar el modelo original.

La posibilidad existe, no solamente para un muro vertical sino para cualquier plano declinante e inclinado, pero de antemano le indico que obtendrá un reloj un tanto extraño, diferente a los relojes de estilo polar, que estamos acostumbrados a ver sobre las fachadas, diferenciándose en que las líneas horarias tienen una separación angular de 15°, y que la línea del mediodía no coincide con la vertical, salvo en el caso de tratarse de un muro donde la declinación es cero y por lo tanto ortomericano, en el cual, sí coincide. Además, el estilo polar está substituido por dos láminas que se cruzan ortogonalmente y como consecuencia, la sombra no barrerá por sobreposición las líneas horarias como acontece en los convencionales, sino que la lectura de la hora vendrá dada por el cruce de las dos sombras.

Conociendo la declinación del muro $D = 16^\circ$ W, la latitud del lugar de colocación (Gijón) $\phi = 43^\circ 32' 25''$ (43.54°) N y la longitud $\lambda = 5^\circ 29' 39''$ W, equivalente a $22^\circ 38'$ (solamente esencial para la corrección a la hora oficial), se procede a la adaptación que, como se verá, es sumamente sencilla.

En el muro, elegiremos convenientemente un punto P y desde éste, mediante una plomada, trazamos una vertical PM. A continuación trazaremos la subestilar (línea sobre la que descansará la lámina N-S) y que tiene una separación angular σ con respecto a la vertical, que según la fórmula: $\text{tg } \sigma = \text{sen } D / \text{tg } \phi$ y valdrá, $\sigma = 16.17^\circ$. Valor que llevaremos hacia la derecha porque el muro declina hacia el Oeste.

Siempre se aconseja eludir el transporte angular por poco preciso, es más fiable elegir una distancia apreciable sobre la vertical, punto N, por ejemplo 100cm, y aplicar el método de la tangente: $X / 100 = \text{tg } 16.17^\circ$, luego: $X = NQ = 29\text{cm}$. Uniendo P con Q tenemos trazada la subestilar. (Ver figura 1)

La hora de la subestilar (hora del cuadrante en que la sombra de la lámina N-S cae sobre la subestilar) se puede calcular mediante la fórmula:

$$\text{tg } H_s = \text{tg } D / \text{sen } \phi.$$

Luego: $H_s = 22.60^\circ = 1\text{h } 30^{\text{m}} 24^{\text{s}}$

La hora de la subestilar será las 13h 30^m 24^s, momento en que la sombra de la lámina N-S caerá sobre la subestilar PQ o que la diferencia de longitud entre Gijón y el punto en el hemisferio Sur, donde estaría el equivalente horizontal, es de 22.60° W. De aquí se deduce que cuando en Gijón son las 13 h 30^m 24^s, en el punto equivalente del hemisferio Sur son las XII solares. La línea de las XII o mediodía caerá a 22.60° desde la subestilar hacia la izquierda, o lo que es lo mismo, a la diferencia: $H_s - \sigma$ con respecto a la vertical previamente trazada, es decir, tenemos que transportar un valor angular de $22.60^\circ - 16.17^\circ = 6.43^\circ$ hacia la izquierda de PM.

Operando análogamente para el trazado de la subestilar, $X' = 100 \cdot \text{tg } 6.43^\circ$, el punto R cae a 11,26 cm. a la izquierda de la vertical y que va a corresponder a la línea del mediodía (XII) del punto equivalente. En resumen, en el muro hemos trazado dos líneas fundamentales: la subestilar, PQ y la línea de las XII horas, PR.

A continuación tomamos el cuadrante y deslizaremos la lámina E-W sobre el círculo de latitudes inserto en el lateral de la lámina N hasta una "latitud" del punto equivalente ϕ' en la que es horizontal. Ésta se obtiene mediante la fórmula:

$$\text{sen } \phi' = - \cos D \cdot \cos \phi;$$

$$\text{Luego } \phi' = - 44.17^\circ; (*)$$

Esto es, la lámina E-W debe apuntar en el círculo $0^\circ - 90^\circ$ en la marca de 44.17° donde quedará fija. Seguidamente, el centro del círculo del cuadrante C lo hacemos coincidir con el punto P del muro y la dirección N-S del reloj se sobrepone con la línea subestilar PQ, posición que debe quedar fija en el muro.

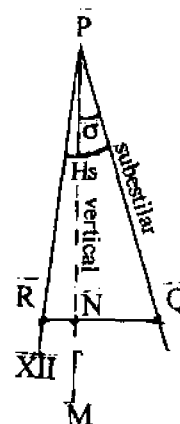


FIG 1

Posteriormente se debe llevar la línea de las 12 h del cuadrante sobre la línea de las XII, antes trazada en el muro, y en esta posición también quedará fija si deseamos tener la hora solar. (Fig. 2).

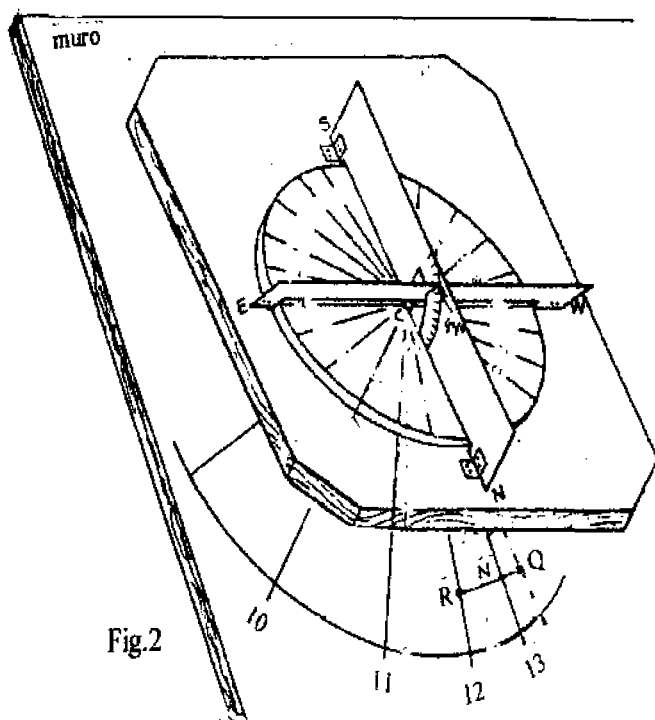


FIG. 2

Resta añadir que el sentido horario está calculado para un reloj horizontal en el punto equivalente ϕ' en el que las coordenadas geográficas son: $44,17^\circ\text{S}$ y de longitud: $\lambda = 22^\circ 30' 24''\text{W} + 5^\circ 39' 29''\text{W}$ (longitud de Gijón) = $28^\circ 09' 53''\text{W}$ del meridiano de Greenwich. Llevan la dirección creciente en el sentido contrario a las manillas del reloj, por lo que es necesario conservar su sentido y al trasladarlo a Gijón debemos invertir la numeración de las horas del cuadrante original, calculadas para el hemisferio Norte, de tal modo que donde marca la 1h pondremos las 11h, en las 2h las 10h y así sucesivamente en el lado izquierdo. En el derecho donde marca las 11h estará la 1h, en las 10h serán las 2h, etc. En el cuadrante original sólo se han marcado las horas enteras pero nada nos impide, para mayor comodidad y precisión al hacer la lectura, marcar las medias y cuartos de hora. Obviamente el nivel de burbuja y los tornillos de nivelación, carecen de sentido en esta aplicación.

Realizadas estas simples operaciones, tanto en el muro como en el cuadrante y fijado éste en las condiciones anteriormente expresadas, estará en condiciones de dar las horas solares. Se deben borrar las líneas auxiliares de la subestilar y de la vertical para no inducir a errores en la lectura.

Si deseamos hacer la corrección para que marque la hora oficial (al tratarse de horas iguales) sólo tendríamos que girar la circunferencia horaria la cantidad de tiempo que hubiéramos calculado.

Uno de los inconvenientes que tendrá nuestro comunicante es que aunque las horas para ese muro, son las 6h 44^m y las 18 h 44^m para un reloj vertical declinante convencional, el cruce de sombras en estos

momentos no es posible porque el rayo solar es paralelo al muro. Así pues, hay una reducción para captar las horas respecto a un reloj de estilo polar.

Si deseamos captar más horas, se puede proceder a ampliar la circunferencia horaria, prolongando las líneas horarias del cuadrante sobre el muro, claro está, que este trazado quedará fijo y no se podrá hacer la corrección de la hora oficial.

Daremos una idea del radio de esa circunferencia concéntrica a la que tenemos adosada en la pared. Si se parte del hecho de que la altura de la lámina N-S es 10cm (h') la altura sobre el cuadrante de la lámina E-W (h) es 6.96 cm. y su distancia al centro C de la circunferencia es de 7.17 cm (datos innecesarios puesto que al poner la lámina E-W sobre la graduación 44.17° de la lámina N-S, estos parámetros se cumplen automáticamente).

Si deseamos captar las horas en el solsticio de verano, cuando la declinación solar δ es de $23,44^\circ$ (21 de Junio), día en el que las sombras son las más largas del año, en esa fecha la sombra "mínima" que se produce

cuando está sobre la subestilar a las 13h 30^m 24^s es de 24,08 cm. del centro C.

En ese día a la 15 h 30^m solares el cruce de sombras se aleja del centro C 31,27cm; y a las 9h 30^m es de 180,35cm. De ahí la necesidad de señalar en el muro las líneas horarias porque en estas fechas el cruce de sombras se saldría de la circunferencia horaria que lleva incorporada el cuadrante original.

Este inconveniente se verá compensado por la facilidad para obtener la hora oficial, así como su uso relativamente universal.

En los sitios de latitud alta, la latitud del punto equivalente es muy pequeña, lo que lleva consigo una altura muy reducida de la lámina E-W (h), motivo por el que algunas horas se saldrían fuera del perímetro de la circunferencia horaria. También, cuando la declinación gnomónica del muro es grande, pongamos por ejemplo un oriental u occidental, en los que la declinación $D = \pm 90^\circ$, se deduce que la latitud del punto equivalente ϕ' es 0° y $h = 0$ en cuyo caso sólo entrará en juego la lámina N-S y el cruce de sombras no existiría.

Sólo me resta, desearle mucha suerte en su ejecución y que disfrute de este raro cuadrante

A continuación se definen las variables y parámetros que se han utilizado para el cálculo de los valores que definen este reloj.

Parámetros:

σ = ángulo que forma la subestilar con la vertical

ϕ = latitud del lugar de implantación

ϕ' = latitud del punto equivalente donde es horizontal

D = declinación gnomónica del muro

δ = declinación del Sol

i = inclinación sobre el horizonte del plano,
(si es vertical i = 90°)

DI = Diferencia en longitud entre el lugar de ubicación y la del punto equivalente donde es horizontal, expresada en grados

Hs = Hora de la subestilar que es igual a $12h \pm DI$, pero dada en tiempo ($15^\circ = 1\text{hora}$). Positiva cuando la declinación D es hacia el Oeste,

* Las fórmulas para hallar Hs y σ están dadas por la función tangente, derivada de las generales de la resolución de un triángulo esférico para cualquier plano, en las que si i = 90° (muro vertical) quedan muy simplificadas.

Para hallar la latitud ϕ' del punto equivalente utilizamos el mismo triángulo esférico aplicando el teorema del coseno:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A.$$

Por tanto: $\cos (90-\phi') = \cos (90-\phi) \cos i + \sin (90-\phi) \sin i \cdot \cos (180^\circ-D)$

Luego: $\sin \phi' = \sin \phi \cdot \cos i - \cos \phi \cdot \sin i \cdot \cos D.$

Si i = 90° (muro vertical); $\sin \phi' = -\cos \phi \cdot \cos D.$

Conocido ya el valor de la latitud ϕ' del punto equivalente, podemos utilizar el concepto de que cualquier reloj plano con una declinación e inclinación dadas, ubicado en el lugar de implantación de latitud ϕ , es paralelo a sí mismo en otros lugares y se comporta en ese punto equivalente (ϕ') como un reloj horizontal.

Los otros parámetros, Hs y σ , se obtienen, de forma inmediata, aplicando el teorema del seno en el mismo triángulo esférico. $\sin Hs = \sin D / \cos \phi'$

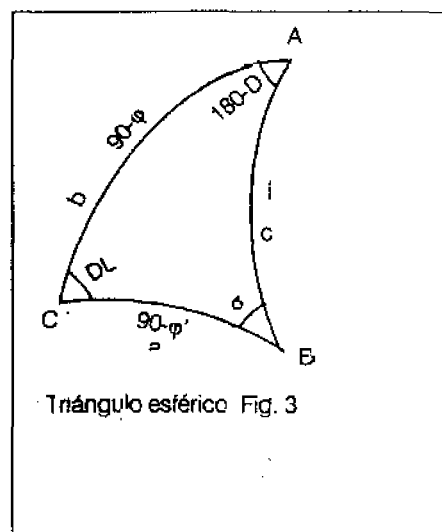
En función del seno: $\sin \sigma = \cos \phi \cdot \sin D / \cos \phi$

TRIANGULO ESFERICO

Es de resaltar la gran importancia que tiene para el desarrollo de la gnomónica moderna, basada en la trigonometría esférica, la resolución de este triángulo esférico que permite el dibujo, desarrollo y comprobación de cualquier cuadrante solar plano cualquiera sea su inclinación y declinación.

Conociendo la latitud del punto equivalente se trazará un cuadrante horizontal para esa latitud, este trazado se acoplará convenientemente al sitio de ubicación, siguiendo un método muy similar al desarrollado en el caso expuesto, conociendo el ángulo de la subestilar y la diferencia en longitud, que expresada en tiempo, es la hora de la subestilar (Hs)

Formulas generales:



I) $\sin c \cdot \text{ctg } b = \cos c \cdot \cos A + \sin A \cdot \text{ctg } B.$
en i. $\text{ctg } (90-\phi) = -\cos i \cdot \cos D + \sin D \cdot \text{ctg } \sigma.$

Luego: $\text{ctg } \sigma = (\sin i \cdot \text{tg } \phi + \cos i \cdot \cos D) / \sin D$

$\text{tg } \sigma = \sin D / (\sin i \cdot \text{tg } \phi + \cos i \cdot \cos D).$

En el caso en que i = 90°

$\text{tg } \sigma = \sin D / \text{tg } \phi$

II) $\sin a \cdot \text{ctg } c = \cos a \cdot \cos B + \sin B \cdot \text{ctg } C$
en $(90-\phi) \text{ ctg } i = \cos (90-\phi) \cos (180-D) + \sin (180-D) \text{ ctg } DI$ (Hs)

Luego: $\cos \phi \cdot \text{ctg } i = -\sin \phi \cdot \cos D + \sin D \cdot \text{ctg } DI$

$\text{tg } DI = (\cos \phi \cdot \text{ctg } i + \sin \phi \cdot \cos D) / \sin D;$

$\text{tg } DI = \sin D / (\cos \phi \cdot \text{ctg } i + \sin \phi \cdot \cos D)$

Si i = 90°;

$\text{tg } DI = \text{tg } D / \sin \phi.$

RESEÑAS DE PUBLICACIONES

Título	MERIDIANA E OROLOGI SOLARE D'ITALIA
Autor	GIOVANNI PALTRINIERI
Idioma	Italiano
Signatura	ISBN -----
Tamaño	22 x 29 cm
Páginas	265 con numerosas figuras
Edición	1ª Edición: Abril 1997
Editorial	L'Artieri Edizionitalia
Impresor	Grafiche de L'Artieri. Bentivoglio (BO)
Prólogo	Margherita Hack
Precio	-----

Giovanni Paltrinieri, es un directivo y proyectista de una Empresa y Taller de Mecánica de precisión, en Bolonia. Además de su trabajo se ha interesado en el Arte, dedicándose durante muchos años a la pintura y a las numerosas técnicas de grabado: aguafuerte, litografía, linóleo etc.

Las realizaciones de G. Paltrinieri son numerosas y muy interesantes. Además de los clásicos relojes solares trazados en muros, ha proyectado verdaderos Monumentos al Sol, entre los cuales citaremos el grupo del "Quartiere Savena", en Bolonia, la Plaza Solar en el Centro de Abano Terme, la Meridiana del Castello degli Agolanti, en Riccione...

Estos antecedentes explican la cuidada y artística edición y presentación del libro que reseñamos, que constituye realmente una pequeña joya del arte de la Edición

Contiene casi doscientas fotografías y nueve viñetas en color, cincuenta y ocho figuras y siete viñetas en blanco y negro y varias tablas. Está escrito en un estilo literario riguroso en su aspecto científico, aunque muy ameno en sus partes históricas y descriptivas y demuestra la suma de conocimientos de su autor: extensos en el campo de la gnomónica y artista de mérito en sus realizaciones.

Para dar una idea de su contenido reproducimos a continuación un extracto del Índice, que el autor define como:

STRUTURA DEL VOLUME

I LA GNOMONICA E LA MISURACIONE DEL TEMPO 9
 Il Sole e il Giorno + Canne della Bataglia. + Castello di Godego +
 Il mese e la settimana + Il tramonto eliaco di una stella + La stella
 polare + L'eclissi solare e l'eclissi lunare + L'arco delle albe + Il
 solstizio + La Pasqua e l'equinozio primaverile + I quattro punti
 cardinali + Gli obelischi + La Gnomonica + L'orologio di re Achaz
 + Esperienza di Erastotene + Talete e le piramidi + Vitruvio +
 Claudio Tolomeo. + San Benedetto. + L'astrolabio e la cultura
 araba. + Il medioevo + Il battistero del duomo di Firenze +
 L'orologio meccanico + Il duomo di Firenze + La chiesa de Santa
 Maria Novella a Firenze + La Torre dei Venti in Vaticano + Piazza
 san Pietro in Vaticano + Palazzo Spada di Roma + Convento di

Trinità di Monte di Roma + Basilica di san Petronio di Bologna + Santa Maria degli Angeli di Roma + Il Duomo di Milano + Piazza vecchia di Bergamo + La cattedrale di Palermo + San Incolò l'Arena di Catania + La corte Cielo del quartiere Savena di Bologna + Il monumento gnomonico Universum di Albano Terme.

II MOTTI SOLARI 83

III CALENDARI 123

Unità di misura naturali + intercalazioni + Metone + Ciclo metonico e Numero d'Oro + Calendario di Numa + Calendae + Nona, Idi + Calendario Giuliano + L'anno bisestile + Dionigi il piccolo + Dies Solis Invictus + Era nuova o Volgare + Il giorni della settimana + La Stella Caldea + I Sistemi Tolomaico, Ticonico, Copernicano + Il Calendario Gregoriano + Il Concilio de Nicea + Sacrobosco, Regiomontano + La notte di Santa Lucia + Gregorio XIII + Luigi Lillo + Bolla Inter Gravissimas + La correzione + La datazione pasquale.

IV COMO SI MUOVE IL SOLE 145

La Latitudine + Altezza Polare e Altezza Solare + Obliquità dell'Asse Terrestre + Solstizi ed Equinozi + Altezza Solare al Mezzodi Vero e Medio + Equazione del Tempo + Tavola de correzione per gli Orologi Mecanico + Tempo Medio Europa Centrale: Tempo Civile + Costante Locale + Curva dell'Equazione locale (Lemniscata) + Orario all'alba + Semiluce diurna + Alba e Tramonto + Tavola de conversione oraria + Tavola dell'Equazione del Tempo + Tavola della Declinazione del Sole. +

V LA SUBDIVISIONE DEL GIORNO 169

Il canto del gallo + Giorno Naturale e Artificiale + Grafico delle Ore dal Mezzodi e dalla Mezzanotte + Ora Oltramontana vera e media + Tempo medio di Roma + Meridiano Base + Cambio della Data + Tavola dei Fusi Orari + Grafico delle Ore Temporarie, Ineguale, Canoniche + Grafico delle ore dal Tramonto + Ora Italiana Comune e da Campanile + Grafico delle Ora dall'Alba + Ora Babilonica.

VI GLI INSTRUMENTI GNOMONICI 193

Vitruvio: De Architectura + Rutilio Palladio + Tavole oraria delle ombre + Piede, Pollice, Palmo, Braccio + Primo Gnomone: l'uomo + Claudio Tolomeo, Venerabile Beda, Sacrobosco + Invenzione della stampa + Tinte per l'Orologio Verticale + Strumenti necessari per chi vuol descrivere gli orologi + Giovanni Francesco Zarbula + Enrico Alberto d'Albertis + Papa Alessandro VII + San Pio + Concorso Internazionale "Le Ombre del Tempo" + Sezione Quadranti Solari dell'Unione Astrofile Italiani + San Giovanni Batista: (candidato quale) Santo Patrono degli Gnomonisti + Gli strumenti Gnomonici: ad Angolo Orario, ad Altezza, ad Azimut + L'Orologio Notturno + Lettura dell'Ora Lunare + L'età della Luna.

VII SIAMO TUTTI GNOMONISTI 237

Giacomo Ozanam + Linea Equinoziale + Horologio Equinoziale + Horologio Polare + Horologio Orizzontale + Horologio Verticale + Horologio Orientale e Occidentale (metodo dell'ellisse) + Horologio Verticale Declinante + Conclusione

VIII BIBLIOGRAFIA GNOMONICA 251

NOTAS Y COMENTARIOS I

1.- NUEVO COMENTARIO DE R. MELÉNDEZ SOBRE SU ARTÍCULO "EL ERROR del Sr. FOGG"

En el número 34 de "Analema" (pag. 17 y 18) aparece, remitida por el Dr. Fernando Muñoz Box, una nota con una serie de matizaciones al artículo que yo publiqué en el número 32 de "Analema" sobre "EL DESPISTE DE Mr FOGG".

Tal y como esperaba la redacción de la revista y como era lógico suponer el asunto se presta al debate y al comentario. Así está ocurriendo puesto que también el número 33 de la revista contiene un comentario sobre el tema.

Aunque no he analizado con todo detalle todos los argumentos del Dr. F. Muñoz; si he reparado en la idea principal que podría resumirse en que *el ERROR es mío y no de J. Verne*.

Debo reconocer que en efecto mis afirmaciones pueden interpretarse como un DESPISTE O UN ERROR POR MI PARTE si bien lo que subyace en el fondo del asunto es un PROBLEMA DE INTERPRETACIÓN bien semántica o bien del argumento general de la novela de Verne. Intentaré explicarme.

El planteamiento original mío partía de la base de el Sr. Fogg se guió únicamente para contar el paso del tiempo de las indicaciones del reiteradamente mencionado reloj de su criado (algo lógico) que señalaba siempre la hora de Londres. En éste caso y sólo en este caso no tendría porqué haberse producido discrepancia alguna en la fecha. Se observaría eso si durante el viaje un desfase en las horas primero en un sentido y después en el opuesto hasta quedar justamente anulados y punto. Por ello entendí que el novelista había tenido un claro y sorprendente despiste, que además (y de nuevo sorprendentemente) nadie había parecido advertir.

Ahora bien si lo que hizo el Sr. Fogg fue ajustar continuamente su llamémosle "medidor del paso del tiempo" a la hora de las diferentes localidades por las que pasaba (lógico también) entonces en efecto habría ganado UN DIA, siempre eso sí que por día se entienda el tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del sol. En este sentido, y sólo en este, J. Verne estaría en lo cierto.

Si por día entendemos por el contrario un intervalo de tiempo de justamente de (24x 3600) seg. entonces las cosas cambiarían porque no es lo mismo medir el tiempo entre dos pasos del sol estando en reposo sobre la superficie terrestre que desplazándose hacia el Naciente o el Poniente. Los intervalos de tiempo no son lógicamente iguales. Aquí está la CLAVE del asunto

Para no dejar cabo suelto alguno convendría aclarar que los segundos a los que me refiero son los que utilizamos en la vida cotidiana (tiempo medio) ya que de no ser así de nuevo entraríamos en un terreno complejo.

En definitiva ocurre -como en otros muchos aspectos- que el lenguaje que utilizamos en la vida cotidiana puede resultar confuso o ambiguo en ciertas cuestiones puntuales. La palabra "día" se aplica en este caso a periodos de tiempo distintos dando lugar al consiguiente error.

Por todo ello en el artículo en cuestión (en la última parte del mismo) expliqué como tras numerosas reflexiones y tras revisar con atención la novela no tuve más remedio que reconocer aquello de que "de humanos es errar", dejando claro que cabía más de una interpretación del caso.

En definitiva, que tal y como ya me comentara el secretario de nuestra asociación (M. Lombardero) hay más de un modo de analizar el asunto. Supongamos que un avión da numerosas vueltas a la Tierra pero de tal modo que sus tripulantes observan siempre el Sol sobre el mismo meridiano. En este caso podría decirse con razón que para estos no pasan los días pues el sol ni sale ni se oculta; pero asimismo podría argumentarse (así lo constatarían sus relojes mecánicos) que el tiempo y por tanto los días SÍ pasan

Agradezco al Sr. Muñoz su comentario y me alegro de que en definitiva haya servido para una reflexión sobre el asunto.

----- R. Meléndez

2. EL RELOJ SOLAR DE LA PRIORAL DE BAOS

P. Dantillo solía mantener una sección en nuestro Boletín, que denominaba con cierta exageración "Literatura y Gnomónica". Hace ya tiempo que esta colaboración no se produce, por lo que incluimos una referencia encontrada en el libro "Azul Cobalto", de Alfredo Conde, que es una amena biografía novelada (o más bien novela "abiografiada") de la vida del ilustrado Marqués de Sargadelos, D. Antonio Ybáñez.

En ella se encuentran referencias a un reloj solar, en los siguientes párrafos de la página 61:

".....por la silueta de su cara podría tratarse de un nieto de Juan Fernández, "o velho" que dicen que era alto y enjuto, también algo desgarbado, vivió noventa y un años, que también había sido así y que también vivió otros tantos y pasa por ser el autor de un reloj solar hecho de pizarra, siendo prior don Francisco Bernardo Pasarín y Quindós, año de 1742, siete antes de nacer él mismo, según consta inscrito en el mismo reloj, debajo de su círculo horario, enclavado en el lienzo exterior del muro de la prioral de los Baos, al mediodía....."

Creemos que la novela fue escrita originariamente en gallego, aunque la edición consultada es en castellano

NOTAS Y COMENTARIOS II

3. XI SEMINARIO NAZIONALE DI GNOMÓNICA.

Organizado por la Unione Astrofile Italiani,
Sezione Quadranti Solari

Desde el año 1967, en el que se celebró el primer *Seminario Nazionale* hasta el actual 2002, en el que se ha llegado al XI, la prestigiosa Sección de Cuadrantes Solares de la Sociedad de Astrófilos Italianos ha mantenido, con periodicidad anual o bianual una serie de Seminarios en los que se reúnen los mas relevantes gnomonistas italianos.

El resultado de sus deliberaciones y las ponencias presentadas son reunidas en unas "Atti", que nos han sido muy amablemente remitidas por el Presidente de la Sección, Enrico del Favero.

Las Actas de esta reunión celebrada en Verbania los días os días 22 al 24 de Marzo de 2002 han sido recopiladas y publicadas por G.Tonello, G. Mesturini y A. Gunella, formando un volumen de 206 páginas. En él se recogen las 36 memorias presentadas durante el Seminario, y se inserta una relación nominal de los 84 concurrentes al mismo.

El conjunto de trabajos y escritos presentados muestra un excelente nivel científico, con la participación masiva de casi todos los gnomonistas italianos que no dudan en participar con sus escritos y ponencias en estos interesantes seminarios.

Dado el interés de los temas expuestos reproducimos a continuación un índice de los mismos

1. Agnelli G. Meridiana de reflexión en el techo en el techo del pórtico del claustro
2. Agnelli G. Construcción de espejos para meridianas catópticas
3. Agnes L. Un precioso díptico de Nuremberg en el museo cívico de Pavia
4. Alberi Auber La Iglesia de S. Francisco, en Pola. ¿Un enigma gnomónico?
5. Allieri C. Perfeccionamiento de la tablilla de levantamiento para orientación de un muro
6. Anselmi R. Un reloj de doble uso
7. Anselmi R. El cono de Tavagnasco
8. Arnaldi M. ¿Cual fue el tipo de reloj solar que inspiró los comentarios medievales sobre el milagro de Isaías en el "Libro de los Reyes"
9. Arnaldim.-Ferrari. La Fuente de las Horas. Un reloj solar de ventanillas en el parque de Termi di Cervi
10. Bonata D.algo más sobre los grandes gnomones....
....La historia continúa...
11. Caligara G. Indicaciones sobre el método para la medida de precisión del ángulo de declinación de una pared vertical
12. Catamo.- Lucarini. Los agravios del tiempo y de los hombres: La Meridiana de S. María de los Ángeles, en Roma
13. Cintio A. La meridiana de la Catedral de Fermo (AP)
14. D'Amato D. Instrumentos de uso astronómico en la India de siglo VIII. Samrat Yantra y Rama Yantra.

15. Del Favero E. "Sponsor" gnomónico en las Dolomitas y su entorno de hace 2000 años
16. Eyraud C.H. Los Cuadrantes solares y la enseñanza, en Francia
17. Ferrari G. Reloj interactivo con gnomon graduado en días
18. Ferrari G. Reloj con líneas horarias puntiformes.
19. Ferro Milone Reflejos
20. Gotoh Akio Relojes solares en el Japón
21. Guerreri M.A. El Reloj Horizontal de Vivaro
22. Gunella A. *Oughtred*. Una interpretación y sus aplicaciones
23. Lovotti P.G. Relojes solares equiangulares.
24. Lovotti P.G. La Meridiana del Tiempo Medio de Roma, de Villa Olmarello, en Lunigiana
25. Lucarini C.-Catamo M.-Casale G.R.- Siani A.M. Palmieri S. Una ayuda gnomónica para evaluar los riesgos de la exposición a los rayos ultravioleta.
26. Magnani S. Reloj de pared universal
27. Mattana G. Los relojes solares testimoniales de cultura: en el Pirolesi (prov. TO). El confín geográfico de 4 culturas
28. Mesturini G. Viaje a través de las meridianas italianas de cámara oscura
29. Mossello R. Los relojes solares del Verbano-Cussio-Ossola: distribución en el territorio, aspectos históricos y posibilidad de valoración.
30. Nicelli A. El Método de G.D. Cassini para determinar las órbitas elípticas.
31. Rigassio G.C. El país del Sol y de los relojes solares.
- 32.-Salucci L. Personas relacionadas con la Gnomónica, en el pasado
33. Savian F. Relojes solares huecos, con hendiduras
34. Stocco E. Astronomía y gnomónica en la Escuela
35. Zuccalà G. Dos tipos insólitos de relojes solares. Con gnomon de perfil cónico y de cavidad cilíndrica polar
36. Zuccalà Tres tipos de relojes de altura: de cúspide piramidal, cúbico cóncavo y de sombrero filtrante sobre superficie troncocónica.

ML

4. EL NUEVO BOLETÍN "GNOMÓNICA ITALIANA"

La Sezione Quadranti Solari de la U.A.I. publicaba un notable Boletín informativo denominado "Gnomonica", editado por Nicola Severino. Este Boletín ha cesado de publicarse, siendo en cierto modo substituido por la revista "*Gnomónica Italiana*", cuyo subtítulo es "*Rivista di Storia, Arte, Cultura e Tecniche degli Orologi Solari*."

Creemos que esta nueva revista es una de las mejores publicaciones periódicas referentes a la Gnomónica. Su edición, que contiene numerosas ilustraciones en color, es muy cuidada y sobre todo tanto la cantidad como la calidad de los artículos incluidos, debidos a los más eminentes gnomonistas italianos, es excelente.

Una nueva Revista que será acogida con agrado entre los gnomonistas, especialmente entre los de habla hispánica, ya que su idioma, hermano, no nos presenta ninguna dificultad.

ML □

El artículo de R. Meléndez sobre un posible error de Julio Verne en su famosa novela ha tenido una amplia repercusión entre nuestros lectores, hasta el punto de que nos han enviado varias réplicas al mismo, que se han insertado en Boletines anteriores. En este mismo "Analema 35" aparece una contrarréplica de R. Meléndez, y también un nuevo comentario que nos ha sido remitido desde Sevilla por J. Lefler. Asimismo hemos recibido otro comentario, suponemos que definitivo, de E. Farré, de Barcelona, que publicaremos en el próximo Boletín. Nos complace - y sorprende - que un artículo aparecido en "Analema" haya despertado tanto interés en sus lectores, aunque el tema tratado no se refiera directamente a la Gnomónica.

ML

CONSIDERACIONES SOBRE "LA VUELTA AL MUNDO EN 80 DÍAS".

J. LEFLER

Mr. Phileas Foggs apostó veinte mil libras esterlinas, con sus colegas del Reform Club, a que podía dar la vuelta al mundo en menos de ochenta días, lo que equivale a 1.920 horas o 115.200 minutos.

A continuación, consultando su calendario de bolsillo, Mr. Foggs aclaró que, puesto que era miércoles 2 de octubre, tendría que estar de vuelta en Londres, en el salón del club, el sábado 21 de diciembre, a las 20.45 horas.

Mr. Foggs volvió a Londres a las 20.50 horas del día, en que según su cuenta se cumplían ochenta desde su salida, es decir, que era 21 de diciembre para él. Por lo tanto, había perdido la apuesta por tan solo cinco minutos.

Si embargo, como Mr. Foggs había dado la vuelta al mundo desplazándose hacia el Este, por cada grado de longitud que iba alcanzando, la hora local se adelantaba en cuatro minutos. Por ello al completar su periplo se habrían totalizado $4 \times 350 = 1440$ minutos, equivalente a 24 horas, y el día 80 del viaje era exactamente el día 79, viernes 20 de diciembre.

En consecuencia, realmente había ganado la apuesta. La justificación del error de Mr. Foggs la basa Verne en que aquel había visto pasar el sol ochenta veces por el meridiano, mientras que en Londres sólo habían contabilizado dicho paso sesenta y nueve veces.

Análogo argumento utiliza Antonio Pigafetta en su crónica del viaje de Juan Sebastián de Elcano alrededor del mundo, al advertir al llegar a las islas de Cabo Verde que allí era jueves, mientras que para los navegantes era miércoles. Él personalmente había ido anotando cuidadosamente en su diario los días de la semana y del mes. En este caso en lugar de adelanto se había producido un retraso de veinticuatro horas, debido al sentido de la navegación hacia el oeste.

También Mr. Foggs iba anotando meticulosamente en su cuaderno las fechas y horas locales de cada lugar de paso, lo que le permitía tener conciencia de los retrasos o adelantos que llevaba en relación con el programa de viaje que tenía previsto. En este figuraban, como es lógico, fechas y horario de llegadas y salidas de trenes y barcos, siempre referidas a la situación geográfica de cada localidad.

Por ello Mr. Foggs acomodaba de forma continua su reloj a la hora local y consecuentemente iba acumulando en el mismo las horas y minutos que los adelantos de longitud le ocasionaban.

También Mr. Foggs se hacía sellar su pasaporte en el consulado inglés de cada punto del globo por el que

pasaba, con objeto de poder atestiguar a su regreso el desarrollo de su viaje.

Ambas circunstancias: cuaderno de viaje con horas y fechas locales, así como sellos del pasaporte, indican que Mr. Foggs tenía conocimiento de la fecha en que se encontraba en cada lugar.

Sin embargo, según Verne el viajero desembarcó en Queenstown a las 01.00 horas del día que para él era sábado 21 de diciembre, salió en tren para Dublín a las 01.30 horas, desembarcó en Liverpool a las 12.20 horas adonde había llegado en un buque correo rápido en el que habían emprendido viaje al anochecer. Tomó un tren para Londres a las 15.00 horas que entró en esta ciudad a las 20.50 horas.

Resulta difícil aceptar que Mr. Foggs estuviese confundido después de haber tomado dos trenes y un barco en el mismo día, lo que le hizo entrar en contacto con varias oficinas en las que regía la misma fecha, 20 de diciembre, vigente en Londres. Por otra parte había permanecido detenido en la Aduana de Liverpool, desde las 12.20 horas hasta las 14.33 horas de dicho día, lo que también le proporcionó la ocasión de enterarse del día en el que realmente vivía.

Cabe la duda de si el reloj que portaba Mr. Foggs señalaba los días del calendario, lo que no aclara Julio Verne. En tal caso, como conforme iba avanzando hacia el Este adelantaba su reloj, al llegar a Londres este marcaría efectivamente la fecha del sábado 21 de diciembre. La cual habría saltado a las 00.00 horas, recogiendo así las 24 horas de adelanto.

Ahora bien, en este caso tampoco resulta creíble que Mr. Foggs no se hubiese percatado de dicho adelanto, dadas las ocasiones que tuvo para comprobar su error, según se ha expuesto anteriormente.

Comentario Final.-

Llama la atención el hecho de que Julio Verne no se diese cuenta de que su justificación del error de Mr. Foggs no era creíble, lo que determinaría a pensar que minusvaloraba al lector.

Por otra parte, no parece posible que en cerca de 130 años, transcurridos desde la publicación de la novela, leída por miles de lectores, no se hayan producido hasta la actualidad comentarios sobre el final del relato.

Sin duda habrán existido y el asunto aclarado hace mucho tiempo.

JOAQUÍN LEFLER PINO
Sevilla, mayo de 2002.

Antonio de Vicente ha elaborado un método basado en el cálculo vectorial, para el cálculo de relojes solares, y de otros parámetros relacionados con la Gnomónica. Los lectores de "Analema" habrán visto los numerosos artículos publicados sobre este tema. El actual escrito tiene por objeto demostrar que las fórmulas de aplicación expuestas en todos ellos pueden ser directamente aplicadas pues los resultados finales son expresiones algebraicas, análogas a las empleadas en los métodos de cálculo usuales. M.

¿ POR QUÉ GNOMÓNICA VECTORIAL?

A. DE VICENTE

El estudio de la Gnomónica empezó matemáticamente mediante la geometría métrica, para pasar de modo paulatino a apoyarse en la trigonometría, álgebra, geometría analítica, etc, según estas ciencias avanzaban. Al aparecer el cálculo vectorial, entre sus aplicaciones destaca la de facilitar sensiblemente el estudio de la mecánica racional, es decir, del movimiento. Y siendo la gnomónica el movimiento de una sombra, la cinemática vectorial facilita su desarrollo de modo notable, apoyándose en:

1º) Una serie de seis triedros ortogonales, que definen espacios geográficos y astronómicos, son base de elementos gnomónicos, que debidamente relacionados entre si, permiten trasladar a uno de ellos, cualquier componente de otro, para el posterior estudio y desarrollo de los distintos temas de gnomónica sobre un Plano Base (A) o cualquier otra superficie, situados en un punto geográfico H. (en adelante p.g. H)

2º) Nueve coeficientes, presentes en todas las fórmulas gnomónicas y que son función de los escalares, latitud (α) del p.g. H y la codeclinación (γ) e inclinación (i) del Plano Base sobre el horizontal del citado p.g.H. Con el nombre de coeficientes trigonométricos de posición ó "c.t.p" simplifican, tanto el cálculo vectorial, como el algebraico correspondiente

El desarrollo de la Gnomónica Vectorial comienza con los seis triedros nominados (0), (1), (2), (3), (A) y (B). Figs (A-1) y (A-3), donde sus ejes quedan definidos por sus versores respectivos ($\bar{i}$), ($\bar{j}$), y ($\bar{k}$) con sus correspondientes subíndices. (Véase Capítulo I de Gnomónica Vectorial). Mediante estos Triedros se logra:

- Situar el Plano Base (A), en la posición deseada en el p.g. H mediante los escalares antes citados
- Resolver el movimiento relativo de dicho plano respecto al Sol, a través de los dos vectores función del tiempo, Declinación Solar (δ') y Angulo Horario (ϕ')

En resumen, el espacio de cada uno, es el siguiente

Triedro (0): Representa el espacio astronómico, Sol - Tierra. Es base del vector $\bar{k}_0 \phi'$

Triedro (1): Define, en el espacio Sol - Tierra, el movimiento relativo entre ambos mediante el vector Declinación Solar, - $\bar{j}_1 \delta'$

Triedro (2): Define la Esfera Terrestre, su giro a través del vector Angulo Horario y las coordenadas del p.g. H, (α) Latitud y (λ) Longitud ..

Triedro (3): Representa el entorno del p.g. H, siendo su plano horizontal el $Z_3 = 0$.

Triedro (A) Sobre él se proyectan los elementos gnomónicos situados en los Triedros anteriores, para su posterior desarrollo, y donde el Plano Base (A), es el $z_a = 0$, definido a su vez vectorialmente por el versor $(A-H)_a = \bar{k}_a$

Triedro (B) El mismo que el anterior, pero con los ejes $X_b H$ y $Y_b H$ girados un ángulo dado, ϕ para estudiar casos determinados

En cuanto a los "c.t.p", su expresión algébrica es la siguiente: (Véase Capítulo II)

$$\begin{array}{ll}
 a = -\sin i \cos \gamma & j = \cos \alpha \sin i \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cos i \\
 b = -\sin \alpha \cdot \sin i \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \cos i & c = -\sin \alpha \cdot \cos i \cdot \sin \gamma - \cos \alpha \cdot \sin i \\
 (B.2) \quad m = \sin \gamma & d = \cos i \cdot \cos \gamma \\
 n = -\sin \alpha \cdot \cos \gamma & f = -\cos \alpha \cdot \cos i \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin i \\
 h = -\cos \alpha \cdot \cos \gamma &
 \end{array}$$

siendo su representación gráfica sobre la Esfera Celeste la indicada en la Fig. (B.1). Existen entre ellos 21 relaciones que, como se indicó anteriormente, simplifican el cálculo vectorial y algébrico. Normalmente, las fórmulas vectoriales están referidas al Triedro (A). Si se desean pasar al Triedro (3), debe verificarse que $i = \gamma = 90^\circ$ y si al Triedro (2), $\alpha = i = \gamma = 90^\circ$

Se definen a continuación los elementos básicos de la Gnomónica:

-A) Rayo Solar. (Véase Capítulo II) Fig (A-1), Versor situado en el eje $X_1 H$ y cuya fórmula vectorial en el Triedro (1) es, $(S-H)_1 = -\bar{i}_1$ y que proyectado sobre el (A) resulta:

$$(B.3) \quad (S-H)_a = \bar{i}_a U_a + \bar{j}_a V_a + \bar{k}_a W_a \quad \text{donde:}$$

$$\begin{aligned}
 (B.3.1) \quad & U_a = n \cdot \sin \varphi \cdot \cos \delta - m \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta + h \sin \delta \\
 & V_a = -b \cdot \sin \varphi \cdot \cos \delta + a \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta + j \sin \delta \\
 & W_a = -c \cdot \sin \varphi \cdot \cos \delta - d \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta - f \sin \delta
 \end{aligned}$$

-B) Estilo ($\overline{P_0-H}$) (Véase Capítulo III) Fig.(D-1): Versor que define el punto P_0 por donde pasa el Rayo Solar, antes de incidir en el Plano (A).

1º) Si es Paralelo al Eje Terrestre, coincide con los versores ($\bar{k}_2$) (si $f > 0$) ó ($-\bar{k}_2$) (si $f < 0$), Norte y Sur en la Esfera Terrestre., Triedro (2). Proyectando ambos versores sobre el Triedro (A), sus fórmulas vectoriales son respectivamente :

$$(B.4.1.1) \quad (\overline{P_0-H})_a = -\bar{i}_a h - \bar{j}_a f + \bar{k}_a f \quad \text{ó} \quad (B.4.1.2) \quad (\overline{P_0-H})_a = \bar{i}_a h + \bar{j}_a f - \bar{k}_a f$$

donde el ángulo φ_a entre el eje $Y_a H$ y el $Y_b H$ (máxima pendiente del Plano Base y subestilar), viene dado por:

$$(D.2.1) \quad \operatorname{tg} \varphi_a = -h / j \quad \text{y la altura sobre el Plano (A) por}$$

$$(D.3.1) \quad \operatorname{sen} \psi = f$$

2º) Si es Normal al Plano Base, coincide con el versor $\bar{k}_a$ y su ecuación vectorial es :

$$(D.1.4.1) \quad (\overline{P_0-H})_a = \bar{k}_a; \text{ y en el Triedro (2) } (D.1.4.2) \quad (\overline{P_0-H})_2 = \bar{i}_2 d - \bar{j}_2 c + \bar{k}_2 f$$

-C) Plano Base: (A) (Véase Capítulo III) Fig (A-3). Por definición es el $Z_a = 0$ y vectorialmente el Versor normal a dicho plano, es decir: (C.1) $(\overline{A-H})_a = \bar{k}_a$

-D) Angulo Horario Está generado por el vector $\bar{k}_0 \varphi'$ con $\varphi = 15 t_k + 90^\circ + \varphi_{HK}$ siendo t_k la hora solar verdadera del p.g. K y φ_{HK} la diferencia de longitudes entre los H y K

-E) Vector Horario ($\overline{P-H}$)_a (Véase Capítulo IV) Fig. (E-1) El Rayo Solar, pasando por la cabeza del Estilo P_0 incide sobre el Plano Base (A), en el punto P. Su movimiento está expresado por el Vector Horario, ecuación vectorial básica en el estudio de la Gnomónica Vectorial, . Se indican a continuación las fórmulas correspondientes a los casos de:

1º) Estilo Paralelo al Eje Terrestre:

$$(E.5.1) \quad (\overline{P-H})_a = \pm \bar{i}_a \frac{a \operatorname{sen} \varphi + b \cos \varphi}{c \operatorname{sen} \varphi + d \cos \varphi + f \operatorname{tg} \delta} \pm \bar{j}_a \frac{m \operatorname{sen} \varphi + n \cos \varphi}{c \operatorname{sen} \varphi + d \cos \varphi + f \operatorname{tg} \delta}$$

con (+) si el "c.t.p" $f > 0$ ó (-) si $f < 0$. Si $f = 0$, Caso del Reloj Polar y Estilo Normal P.B.

2º) Estilo Normal al Plano Base (A) :

$$(E.5.1) \quad (\overline{P-H})_a = \bar{i}_a \frac{n \operatorname{sen} \varphi - m \cos \varphi + h \operatorname{tg} \delta}{c \operatorname{sen} \varphi + d \cos \varphi + f \operatorname{tg} \delta} + \bar{j}_a \frac{-b \operatorname{sen} \varphi + a \cos \varphi + j \operatorname{tg} \delta}{c \operatorname{sen} \varphi + d \cos \varphi + f \operatorname{tg} \delta}$$

Se recuerda que en cualquier vector $(\overline{P-Q})_a = \bar{i}_a F_1(\omega) + \bar{j}_a F_2(\omega)$, su ecuación expresada en paramétricas es $X = F_1(\omega)$ e $Y = F_2(\omega)$. Aplicado a los anteriores vectores y eliminando entre sus componentes las variables φ ó δ , se hallan las ecuaciones algébricas de las Cónicas de Insolación ó del Haz Horario. Como ejemplos, se presentan :

1º) Cónica de Insolación con Estilo Paralelo al Eje T. ($-\bar{k}_2$) (con $f < 0$)

$$(E.7.1.1) \quad (h^2 - \operatorname{sen}^2 \delta) x^2 + (j^2 - \operatorname{sen}^2 \delta) y^2 + 2hj xy - 2h \cos^2 \delta x - 2j \cos^2 \delta y + \cos^2 \delta = 0$$

El tipo de cónica queda indicada por la Declinación Solar δ y el "c.t.p" " f " según :

$$(E.8.1) \quad \cos^2 \delta \geq f^2 \begin{cases} \text{Hipérbola} \\ \text{Parábola} \\ \text{Elipse} \end{cases}$$

2º) Haz Horario con Estilo normal al Plano Base ($\bar{k}_a$)

$$(E.10.1) \quad (m \operatorname{tg} \varphi + n)x - (a \operatorname{tg} \varphi + b)y - d \operatorname{tg} \varphi + c = 0 \quad (\text{recta con polo en } X_0 = h/f \text{ y } Y_0 = j/f)$$

Como consecuencia, de la Ecuación General se deducen, entre otros, los siguientes casos:

-F) Reloj Bifilar (Véase Capítulo VI) Fig. (G-1) Tomando como base el Vector Horario con Estilo normal al Plano Base, se obtienen las Cónicas de Insolación y el Haz Horario de dicho reloj, al multiplicar cada una de las componentes de dicho Vector por el escalar que define la altura de cada hilo, respectivamente, M_0 y N_0 . Por ejemplo

$$\text{Haz Horario: (G.8.2)} \quad N_0(m \operatorname{tg} \varphi + n)x - M_0(a \operatorname{tg} \varphi + b)y + M_0 N_0(-d \operatorname{tg} \varphi + c) = 0$$

-G) Altura Solar y Azimut (Véase Capítulo VII) Cambiando en la fórmula General del Vector Horario con cualquier Estilo, las variables Angulo Horario φ por $\beta + 90^\circ$ (β Azimut) y δ Declinación Solar por θ (θ Altura Solar) y con el artificio de que la latitud sea $\alpha = 90^\circ$, se resuelven dichos temas independientemente de la Latitud del p.g. H. Por ejemplo:

Líneas de Altura con Estilo Paralelo al Eje terrestre

$$(H.7.2) \quad \operatorname{sen}^2 \theta x^2 - (j^2 - \operatorname{sen}^2 \theta) y^2 - 2j \cos^2 \theta y - \cos^2 \theta = 0 \quad (\text{con } j = \cos i)$$

-H) Horario de Iluminación (Véase Capítulo VII) Haciendo nulo el denominador del Vector Horario, el Rayo Solar es paralelo al Plano Base. El Orto y Ocaso del plano (A), quedan definidos por el Angulo Horario φ_{ao} de la ecuación

$$c \operatorname{sen} \varphi_{\text{ao}} + d \cos \varphi_{\text{ao}} + f \operatorname{tg} \delta = 0$$

Como consecuencia, el Orto y Ocaso del Sol en el p.g. H se halla mediante la ecuación:

$$\operatorname{sen} \varphi_{\text{ao}} = \operatorname{tg} \alpha_H \operatorname{tg} \delta \quad \text{con} \quad \varphi_{\text{ao}} = 15 t_{\text{ao}} + 90^\circ$$

-J) Líneas Babilónicas, Itálicas, Sidéreas y Equinocciales. (Véase los Capítulos IX y X)

Independientemente de estudiar estas líneas a partir del Vector Horario, con Angulo Horario

$$\varphi = 15 t + \operatorname{arc} \operatorname{sen} (\operatorname{tg} \alpha_K \operatorname{tg} \delta),$$

con origen en el Orto ó el Ocaso, se llega a los mismos resultados en el cálculo del Haz Horario, en este caso Líneas Horarias, mediante el siguiente procedimiento.

La intersección de planos paralelos a los $Y_1 = 0$ y $X_1 = 0$ del Triedro (1) con el Triedro (A) generan en este último, planos C y D que dan lugar a los siguientes casos gnomónicos

1º) El haz de planos C, pasando por un Estilo paralelo al Eje Terrestre, corta a cualquier superficie $S_a(X, Y, Z) = 0$ en puntos P que definen las Líneas Horarias en planos, cilindros, conos, esfera, etc.

Al proyectar la variable Y_1 sucesivamente sobre los Triedros (2), (3) y (A), se llega en este último, a la expresión de los planos C, en función del ángulo horario φ y los "c.t.p"

$$(K.1) \quad (m \operatorname{sen} \varphi + n \cos \varphi)x - (a \operatorname{sen} \varphi + b \cos \varphi)y + (d \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi)z = 0$$

2º) El estudio de estas Líneas correspondientes al p.g. K, se realiza en el p.g. H en función de sus "c.t.p", la latitud α_K y los distintos Ángulos Horarios Fig. (L3),

El conjunto de planos D, tangentes a un cono recto de eje paralelo al terrestre y vértice en la cabeza de un Estilo, cortan con distintos Ángulos Horarios, a cualquier superficie $S_a(x, y, z) = 0$ en puntos P, que definen Líneas Babilónicas ó Itálicas (con la latitud del p.g. K comprendida entre $0^\circ < \alpha_K < 90^\circ - \varepsilon$), Equinocciales (con $\alpha_K = 0$) ó Sidéreas, si un plano D es paralelo a la Eclíptica, (con $\alpha_K = 90^\circ - \varepsilon$); Fig. (L3), Su fórmula general es:

$$(L.3) \quad U_a x + V_a y + W_a z + Q_a = 0 \quad \text{con} \quad (L.4) \quad Q_a = -(U_a P_{0x} + V_a P_{0y} + W_a P_{0z}).$$

Ejemplo: Línea Babilónica en un plano, y Estilo Paral. al Eje Terrestre ($\bar{k}_2$). Con $\varphi_b = 15 t_b$ y $Q_a = \operatorname{sen} \alpha_K$

$$(L.3.1.1) \quad (-m \operatorname{sen} \varphi_b - n \cos \varphi_b + h \operatorname{tg} \alpha_K)x + (a \operatorname{sen} \varphi_b + b \cos \varphi_b + j \operatorname{tg} \alpha_K)y + \operatorname{tg} \alpha_K = 0$$

-K) Relojes en Planos Paralelos (Véase Capítulo XI) Fig. (M-1) Para que relojes ó planos en puntos geográficos H y K sean paralelos, es condición necesaria y suficiente que la relación entre sus "c.t.p" y la diferencia de longitudes φ_{hk} sea:

$$(M.1.1) \quad \begin{aligned} c_h &= d_k \operatorname{sen} \varphi_{hk} + c_k \cos \varphi_{hk} \\ d_h &= d_k \cos \varphi_{hk} - c_k \operatorname{sen} \varphi_{hk} \\ f_h &= f_k \end{aligned}$$

$$(M.1.2) \quad \begin{aligned} c_h &= -d_h \operatorname{sen} \varphi_{hk} + c_h \cos \varphi_{hk} \\ d_k &= d_h \cos \varphi_{hk} + d_h \cos \varphi_{hk} \\ f_k &= f_h \end{aligned}$$

Partiendo de la ecuación del "Vector Horario" se estudian dos soluciones para resolver el reloj del plano $(A)_K$ en el p.g. H y con el Angulo Horario φ_K

1º) Con los "c.t.p" del plano en el p.g. H y el ángulo φ_{HK} (desarrollando el ang. horar. $\varphi_H = \varphi_K + \varphi_{HK}$)

2º) Con los "c.t.p" del plano en el p.g. K y el ángulo $\phi_{HK} = \varphi_{aH} - \varphi_{aK}$ entre sus ejes principales (cambiando de ejes el "Vector Horario" del p.g. K a los del p.g. H)

Consecuencia: el mismo vector con distintos "c.tp". Por ejemplo: con Estilo Paralelo al Eje Terrestre, el "c.t.p" A_H en el p.g. H, toma la forma

$$A_H = a_H \cos \varphi_{HK} - b_H \sin \varphi_{HK} = a_K \cos \phi_{HK} + m_K \sin \phi_{HK}$$

Este Vector Horario, en sus dos versiones se encuentra también en el plano paralelo del p.g. M_H situado sobre el meridiano del K. y con sus ejes principales paralelos a los del p.g. H. De modo similar se llegaría al "c.t.p" A_K y al p.g. M_K

Los círculos máximos de la Esfera Terrestre, " C_H " y " C_K " Fig. (M-2): que pasan por los p.g. H y A (ó K y A), siendo el p.g. A el polo de dichos planos paralelos, son el lugar geométrico de los p.g. L_H (ó L_K), donde sus ejes principales forman el ángulo ϕ_H (ó ϕ_K) con los del plano $(A)_A$ y entre ellos los ya citados p.g. M_H y M_K

Para hallar, por ejemplo, los ángulos i_K y γ_K del plano del p.g. K paralelo al del H y en función de los "c.t.p" del p.g. H y la latitud α_K del p.g. K, se aplican las fórmulas

$$(M.5) \quad \sin i_K = f \sin \alpha_K - c_K \cos \alpha_K \quad \text{y} \quad (M.6) \quad \tan \gamma_K = (c_K \sin \alpha_K + f \cos \alpha_K) / d_K$$

con las antes citadas (M.1.1) y (M.1.2)

ANTONIO DE VICENTE

Julio 2002

FIGURAS (I)

Fig. (A-1)

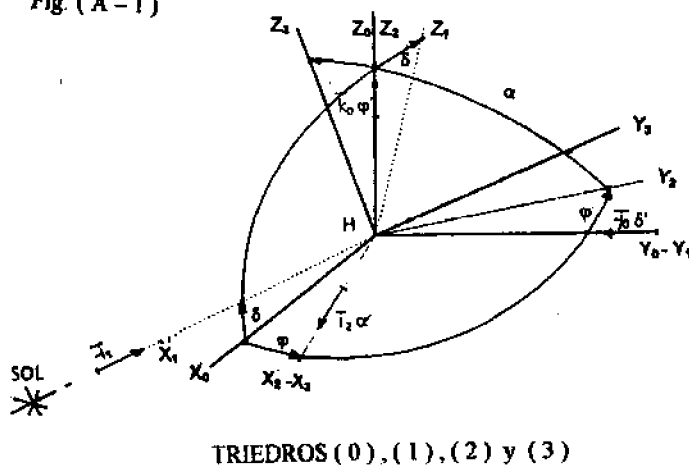
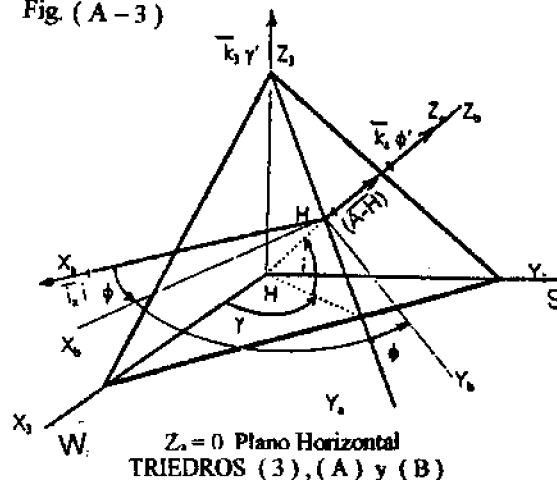
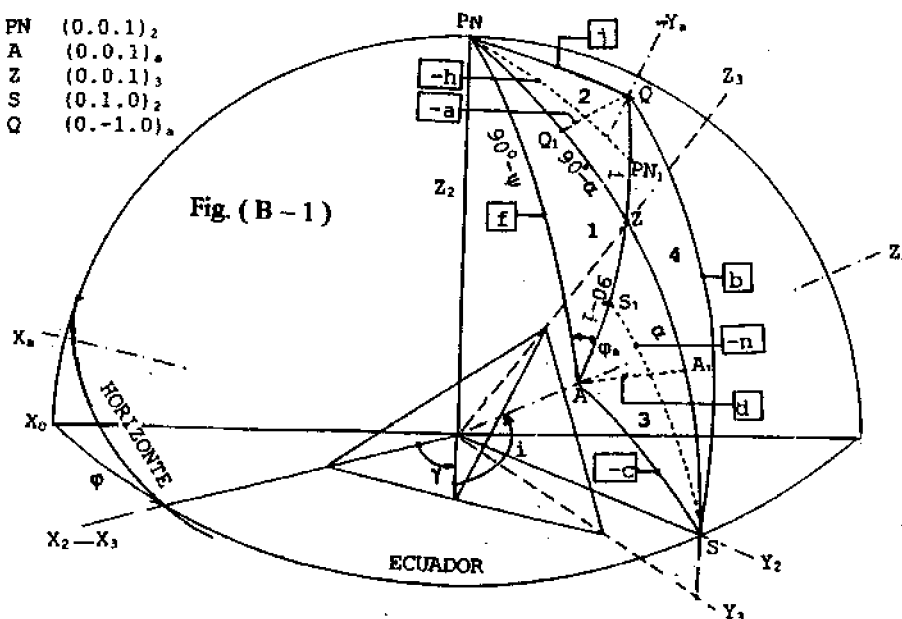


Fig. (A-3)

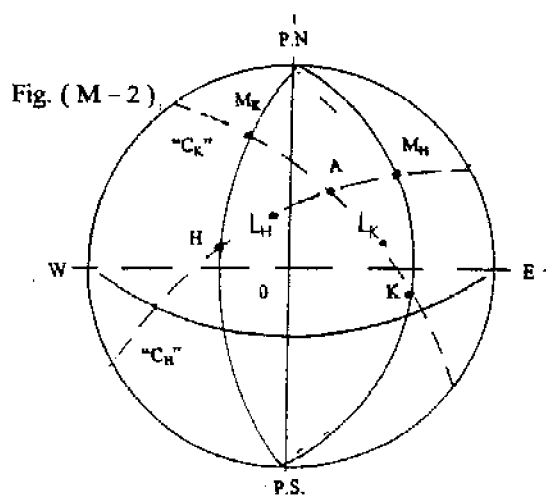
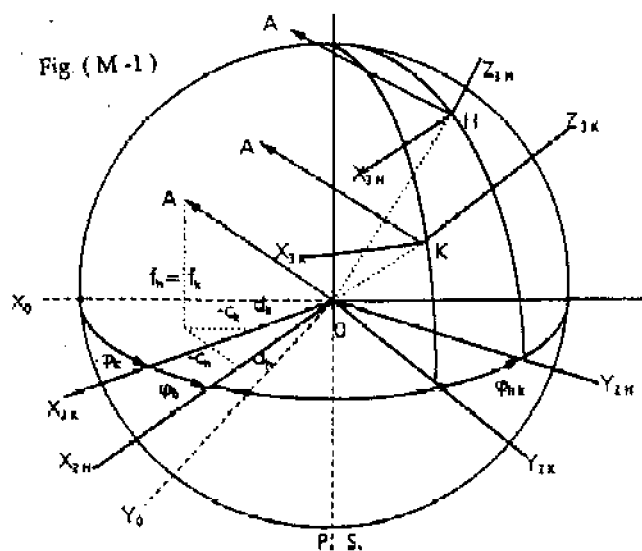
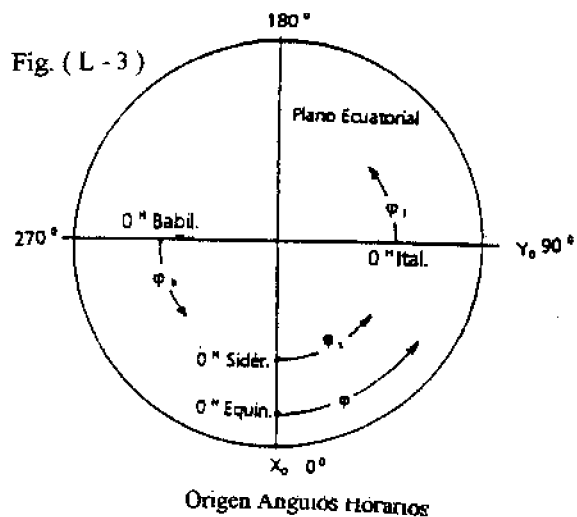
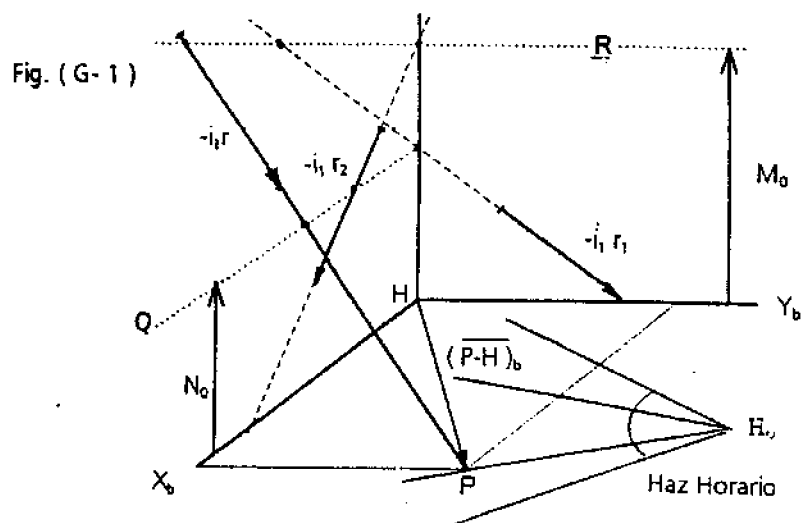
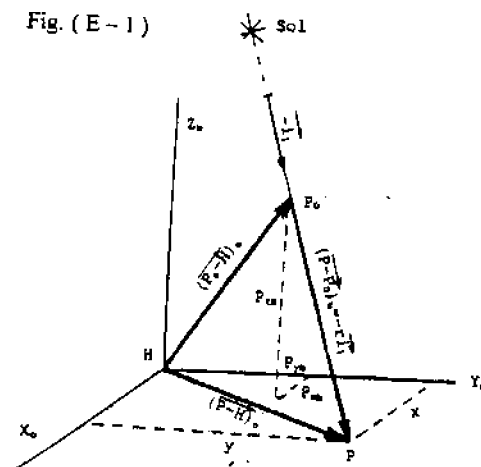
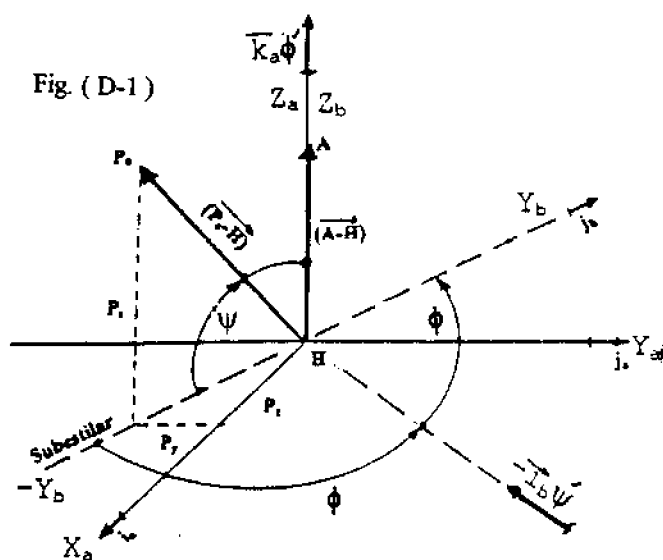


PN (0.0.1)₂
A (0.0.1)₁
Z (0.0.1)₃
S (0.1.0)₂
Q (0.-1.0)₁

Fig. (B-1)



FIGURAS (II)



FE DE ERRATAS Y OMISIÓN EN ARTÍCULOS ANTERIORES.

ANALEMA 32: Página 20: Fórmula (K.9): Eliminar $F_1(\omega)$, $F_2(\omega)$ y $F_3(\omega)$

ANALEMA 34: Página 24. Apartado 6: Línea 15, continuación: ...es decir [aumentando estas en 12 horas las fórmulas anteriores cambian de signo el coseno y (L.15.2) pasa a ser la (L.15.3) $t_0 + t_1 = 24^h$]

A. de V. ☐

