

ANALEMA

BOLETÍN DE LA ASOCIACIÓN DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- 1 EDITORIAL Editor
- 2 ABSTRACTS Redacción
- 3 TALLER. CONSTRUCCIÓN Y USO DEL
ASTROLABIO DE ROJAS L. Hidalgo
- 11 PRECISIÓN NECESARIA EN LA DETERMINACIÓN
DE LA DECLINACIÓN DE UN MURO VERTICAL----- M.M. Valdés
- 13 TAN FÁCIL COMO APRETAR UNA TECLA ¿O NO? A. Pérez Cerrada
- 17 ESTIMACIÓN DE LA DECLINACIÓN
DE UN MURO VERTICAL"----- J de la Calle
- 18 ATTI DEL X SEMINARIO NACIONAL DE GNOMÓNICA
DE LA UNIONE ASTROFILI ITALIANI Editor
- 19 RELOJES DE SOL DE GUADALAJARA (RESEÑA) -----Redacción
- 20 RELOJES DE PIEDRA EN GALICIA (RESEÑA) -----Redacción
- 22 GNOMÓNICA VECTORIAL. CAPÍTULO X|-----A. De Vicente
- 25 HORAS DE PASO DEL SOL POR EL MERIDIANO LOCAL
Y FASES DE LA LUNA PARA 2004 ----- M.M. Valdés

ASOCIACIÓN DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

Isaac Peral 48. 28040 – MADRID. ESPAÑA

<http://www.relojesdesol.org>

JUNTA DIRECTIVA

Presidente: **Luis Hidalgo Velayos**
Vicepresidente: **Jacinto del Buey Pérez**
Secretario Gral: **Manuel Lombardero Soto**
Tesorero; **Antonio de Vicente Candeira**
Bibliotecario: **Jesús de la Calle Montes**
Web-Master **Anselmo Pérez Serrada**

Vocales Consejeros
Manuel María. Valdés Carracedo
Javier Moreno Bores
Miguel Ángel Hacar Benítez

Vocales Asesores:
Antonio Angulo Álvarez
Baltasar Soteras Elía
José Esteban Esteban

Socios de Honor:
Rafael Soler Gayá
José Luis Basanta Campos

La Asociación de Amigos de los Relojos de Sol fue creada en 1988. Está legalmente reconocida y figura en el registro nacional de Asociaciones con la referencia N-18685. Constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, matemáticos geográficos, arquitectónicos y literarios relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, emplazamiento y revisión de los Relojos de Sol y otros instrumentos análogos. Para el cumplimiento de estos fines celebra reuniones periódicas, mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y publica cuatrimestralmente el Boletín Informativo "*Analema*", abierto a la colaboración de todos sus lectores.

La Asociación de Amigos de los Relojos de Sol ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Comprobación y datación de cuadrantes y relojes antiguos.
- Información Bibliográfica referente a temas relacionados con la Gnomónica
- Traducción o revisión de artículos de revistas, boletines y publicaciones.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares.

Estos servicios son prestados a sus Socios a título gratuito, o a coste estricto a las entidades o personas que así lo soliciten y sean presentadas por algún Socio. Los servicios de asesoramiento serán totalmente gratuitos para las entidades o asociaciones de carácter cultural.

Para obtener la condición de Asociado es necesario la presentación por un Socio de la persona o entidad interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación económica como cuota anual es fijada libremente por el propio asociado, pudiendo ser nula si así lo desea. No obstante, para recibir con seguridad el presente Boletín y otras publicaciones deberá aportar como mínimo el equivalente a los gastos de confección y envío postal del de las mismas.

En general y salvo indicación expresa, los artículos publicados en este Boletín podrán ser reproducidos o utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que se indique la existencia de derechos de propiedad del autor, o cualquier otro tipo de impedimento legal.

La Asociación no se hace, en ningún caso, responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, fórmulas, tablas, o cualquier otra clase de información contenida en los Boletines o en sus publicaciones colectivas. Agradece todo tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida a su autor y publicada en el Boletín si su interés y generalidad lo hiciese conveniente a juicio de la Junta, que se reserva el derecho de adaptar, resumir, comentar o editar con el previo conocimiento de su autor los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de seis folios, incluyendo ilustraciones, salvo que su contenido aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de separata del Boletín.

EDITORIAL

Este no es el artículo editorial que debía abrir el presente Analema numero nº 40. El que aparece en esta sección, en realidad es una editorial que podemos llamar de "suplencia". Todos los que, en la actualidad, incluso profesionales, manejamos como herramienta los ordenadores tenemos tal dependencia de esa tecnología, que cuando algo falla, en este caso el suministro eléctrico, hecho tan infrecuente como inesperado, nos sucede que lo que hemos elaborado en la pantalla del "Personal Computer" desaparece misteriosamente, dejándonos en un estado espiritual nada envidiable.

El copión estaba terminado y ese artículo era lo único que faltaba para dar a la fotocopidora, y es precisamente en esos inoportunos instantes, cuando empezaron los apagones por toda nuestra Capital. El hecho no hubiera tenido más trascendencia si el editor no hubiese tenido que realizar con urgencia un viaje. La falta material de tiempo para rehacer el artículo, es lo que explica la ausencia de dicha editorial.

Sinceramente lamentamos este desafortunado incidente. Con seguridad acusaremos la ausencia de esas notas pletóricas de frescura y buen humor, con las que nuestro editor, con su excelente pluma, nos tiene acostumbrados.

El Sr Lombardero editor y secretario de nuestra Asociación me ruega que les trasmita sus disculpas por esta omisión y pide perdón a todos los lectores.

Luis Hidalgo

ABSTRACTS

3 CONSTRUCTION AND USE OF THE ROJAS'S ASTROLABE

Mr. Hidalgo exposes the design and use of the Rojas's Astrolabe (see also numerous articles in precedents issues of Analema about such astrolabe, (from the King Alphonsus the Learned (Alfonso X de Castilla) to Mr Hidalgo himself (By the way: the Author seems to be as "learned" as the King, at least on this particular class of artefacts. This article is bejewelled with numerous exercises and practices: in order that the careful reader could become a true "Rojista"

11 WHAT ACCURACY DO YOU NEED TO FIND A WALL DECLINATION ?

The author investigates what is the minimum degree of precision on the gnomonic declination of a vertical wall, in order that a vertical sundial dial could fix the solar time within the limits of a predetermined error. Not too much: for an error less than 2 minutes of time. 0.64° is enough. The article is illustrated with four tables and a sketch of a perplexed gnomonist.

13 AS EASY AS PULSH A KEY . IS IN'T ?

Subtitle : How to resolve trigonometric equations with adding machines and computers, and its application to gnomonic.

After all it was not so easy, because it deals mainly with some cases of inverse determination of angles, starting with its angular trigonometric functions, that sometimes can offer two or more solutions (only one is valid, you can trust the author)

17 FINDING THE DECLINATION OF AN EXTANT VERTICAL DIAL

J. de la Calle explains an easy method to restore the value of the declination of a vertical dial, knowing only some of his hour lines - through a photography or drawing, by example-

18 TRANSACTIONS OF THE 10th NATIONAL SEMINARY ON GNOMONIC UNIONE ASTROFILE ITALIANI

A very interesting publication by the *Sezione Quadranti Solari* of the UAI, about the seminary celebrated in San Benedetto del Tronto (Italy) in October 2000. With many first-rate articles by the most eminent Italian Gnomonists. It's worth to be read, if you are a gnomonist and fluent in Italian, of course.

BOOKS REVIEW

19 -RELOJES DE SOL EN GUADALAJARA (Sundials of the Guadalajara Province) ISBN 64.87791-57-3, by J. del Buey and J. Martín-Artajo., More than 200 dials are censused and photographed

20 -RELOJES DE PIEDRA EN GALICIA. A second edition of a magnificent book dealing with the great number of stone sundials lying everywhere in the Galician country. By José Luis Basanta. Edited by the Fundación Barrié de la Maza.

21 VECTORIAL GNOMONIC

A new issue / Capt. **XI** on this extensive treatise elaborated by A. de Vicente

TALLER CONSTRUCCIÓN Y USO DEL ASTROLABIO DE ROJAS

LUIS HIDALGO

1. GENERALIDADES

El astrolabio de Rojas nace como respuesta a una necesidad. Por una parte la enorme extensión del imperio español que cubría una serie de latitudes y longitudes muy amplia y que hacia inútil el astrolabio plano, que solo trabajaba en una sola latitud y por otro lado la movilidad de las gentes de distinta nacionalidad, que al desplazarse tenían que cargar con una serie de láminas correspondientes a diferentes latitudes lo que suponía un sobrepeso y un trabajo adicional, el cálculo de dichas láminas.

El astrolabio de Rojas no vino a ser un sustituto del plano, sino un valioso complemento, como lo demuestra el hecho de que el dorso de algunos astrolabios planos está representado por uno de Rojas, siendo su principal ventaja el ser universal. Su utilización fue menos difundida que el plano por varios motivos: Por ser éste anterior, porque era mucho más intuitivo y no necesita hacer ningún cálculo, cuestión a la que se tenía verdadera aversión y que generalmente resolvían con ábacos. No obstante aunque su utilización es más laboriosa hay que mencionar que hay problemas que resuelve con mucha más facilidad que el plano.

Su construcción es algo más sencilla que el trazado del plano pues la eclíptica queda reducida a una simple recta y los paralelos también lo son. Los meridianos horarios están representados por elipses, y su trazado representaba una verdadera dificultad en aquellos tiempos, siendo sustituidas por arcos de circunferencias. Naturalmente se cometía un error en la determinación de las soluciones, cuando se utiliza el sol, error pequeño, que disminuía en las cercanías de las horas centrales del día y cuanto menor es la declinación.

Al ser el astrolabio de Rojas una proyección ortográfica de los círculos de la esfera desde el infinito, al plano del coluro de solsticios, los paralelos están en función del seno de la declinación y los meridianos son elipses cuyos semiejes menores son función del seno de los ángulos horarios

Como esta sección es eminentemente práctica y como la utilización es válida para cualquier lector cuyo emplazamiento esté comprendido entre 70° N y 70° S se adjunta un dibujo recortable, que se puede pegar a una superficie dura y ensamblar la régula con el cursor y el conjunto, concéntricamente sobre la circunferencia exterior.

Se pretende facilitar el uso de este astrolabio, dejando al lector convertido en poseedor de este artefacto mas o menos ingenioso, según su habilidad para el bricolaje, y con el que se podrá ir resolviendo, paso a paso, los diferentes problemas que se van presentando. En las páginas 7 y 8 se presenta un dibujo completo del astrolabio.

2. DESCRIPCIÓN DEL TRAZADO

Faz

Según se puede apreciar contemplando la lámina, los meridianos están representados por elipses con pasos de 5° que corresponden en tiempo a 20 minutos (trazo fino) y las horas enteras cada 15° en (trazos gruesos). Para el hemisferio Norte el origen de las horas es creciente de izquierda a derechas estando situadas las 12h en la circunferencia exterior del dibujo a la derecha. Están numeradas con números arábigos También representan las ascensiones rectas (A.R) del sol y las estrellas que no es más que la expresión de la distancia angular del punto y (cruce de la eclíptica con el ecuador) y origen de las distancias angulares y están representadas con números ro-

Días	Signos	Declinación (δ)	Longitud eclíptica (λ)	A. R.
21/3 -23/9	Aries - Libra	0°	0° - 30°	0° - 180°
21/5 -22/7	Géminis - Leo	20.15°	0° - 30°	57.9° - 122.15°
21/6	Cáncer	23.44°	0° - 30°	90°
22/10-19/2	Escorpio - Piscis	-11.46°	0° - 30°	207.9 - 332.06°
22/11- 20/1	Sagitario - Acuario	-20.15°	0° - 30°	237.9° - 302.15
22/12	Capricornio	-23.44°	0° - 30°	270°

manos. El sentido es creciente en el sentido directo (contrario a las manillas del reloj).

Los paralelos toman su origen en el ecuador (equinoccial) y se dividen cada 5° estando marcados cada

llegando hasta los 70° Norte en la parte superior y -70° Sur en la inferior (trazos finos). En la zona zodiacal (zona aparente del recorrido del sol en el zodiaco) las entradas en cada signo están dibujadas en trazo grueso y las declinaciones del sol para las fechas que corresponden a la entrada de éste en cada signo no están marcadas con objeto de confeccionar un dibujo más claro, citándose a continuación:

La suma del ángulo horario de la estrella con el retraso del Sol es el ángulo de horario del Sol que es 10h 09m . Por lo que el orto se verifica a las 12h -10h09m = 1h 51m del día 18 de Agosto

Comprobación: El ángulo horario de la estrella viene dado por el $\cos t = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi$; $\cos t = -\operatorname{tg} -8 \operatorname{tg} 41.41^\circ = -82.88$ y $t = 5h 31m 31s$ que sumado a la diferencia entre las A. R del Sol y la estrella Rigel (9h 51m - 5h 13m) = 4h 38m = 10h 09m.que es el ángulo horario del Sol en ese momento y la hora será la de 12h - (ese ángulo 10h 09m) = 1h 51m del día siguiente día 18 de Agosto.

o) *En el mismo día y en la misma latitud ¿a qué hora tiene lugar el ocaso de Arturus?. La AR de Arturus es de 14h 14m y su declinación es de $19^\circ 17'$.*

Respuesta: 11h 35m , Poner la régula en la latitud de 41.41. Seguir el paralelo $19^\circ.28'$ hasta hallar el punto de cruce con el borde fiducial de la régula dando un punto P que está entre las elipses 7h y 7h 20m pongamos las 7h 15m de ángulo horario de la estrella Arturus que sumado a la diferencia entre la AR de Arturus y la del Sol en esa fecha nos da la hora del ocaso (14h 14m - 9h 50m) = 4h 24m nos arroja un valor de 11h 39m hora solar, que convertida a hora oficial, es 11h 39m +2h + 14m45s Si estamos en a14m 45s de longitud oeste desde el meridiano de Greenwich ($3^\circ 41'.W$) + E. T (4m 4s) = 13h 53m 49s -12h = 1h 53m 49s del día 18 de Agosto.. Solamente hemos de determinar el ángulo horario de la estrella mediante el astrolabio y la A R del Sol para esa fecha se determina según el lugar que ocupa el Sol en la eclíptica y así se observa que el día 17 /8 ocupa un lugar en la lamina entre las IX Y X horas o directamente por el zodiaco móvil del dorso.

p) *Se nos pregunta qué hora solar será cuando en una latitud de 41.4° se observe a Castor (A.R $\alpha = 7h 33m$ y $\delta = 31.5^\circ$) a 20° sobre el horizonte Oeste el día 5 de Mayo y cuál es el acimut. La A.R del Sol para el día 5 /5 es 2h 49m*

Calculemos en primer lugar el ángulo horario de Castor. Para ello llevaremos la régula a la latitud 41.4en la escala inferior derecha; deslizaremos el cursor hasta que la marca 20 del mismo toque a la línea de declinación de 31.5° . El punto de cruce cae sobre la elipse horaria de las 6h. A continuación veamos cual es el retraso de Castor sobre el Sol,que es justamente la diferencia de las A.R. La A R de la estrella Castor es 7h 33 m y la del Sol es 2h 49m: 4h 44m es la diferencia que sumada a las 6 h del ángulo horario de Castor arroja el valor de las 10h 44m. Si en la posición primitiva de la régula sobre la latitud 41.4° en la escala de latitudes y la marca 20° del cursor sobre la elipse horaria 6h giramos la régula hasta que se sobreponga a la línea equinoccial; vemos ahora que la marca 20 toca a la elipse de las 4h 20 que corta al borde fiducial de la régula en la división 295° desde el Norte.

Comprobación: del acimut : $\cos A = \operatorname{Sen} \delta - \operatorname{sen} h \operatorname{sen} \varphi / \cos h \cos \varphi = 0.42$ y $A = 65.14^\circ$ ó $360 - 65.14^\circ = 294.85^\circ$.

Una característica que le diferencia notoriamente del astrolabio plano exceptuando la universalidad es que convierte las cooedenadas eclípticas en ecuatoriales y viceversa de una manera sencilla y elegante.

q) *.Proción (α Canis Minor) tiene una A. R $\alpha = 7h 33m$ y $\delta = 5^\circ$. Se pregunta cuál es su longitud eclíptica λ y su latitud eclíptica β .*

Sobre la equinoccial (ecuador) llevamos el borde fiducial de la régula y señalaremos el punto que corresponde a la A.R entre las AR VII y VIII y a la marca de 5 del mismo . En esta posición si giramos el conjunto hasta que el borde fiducial de la régula se yuxtaponga con la eclíptica veremos que la marca 5° del cursor cae sobre el paralelo $\square = 27^\circ$ y la longitud eclíptica en las $\lambda = 7 h 40m$

Comprobación: $\operatorname{sen} \beta = \cos \varepsilon \operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \varepsilon \cos \delta \operatorname{sen} \alpha = 0.44$; $\beta = 26.36.^\circ$ $\operatorname{tg} \lambda = \operatorname{tg} \delta \operatorname{sen} \varepsilon + \cos \phi \operatorname{sen} \alpha / \cos \alpha = 2.14$; y $\lambda = 65 : 15 4h20$ de ángulo horario 6h -4h20m = 1h 40h + 6h = 7 h 40m .

Es evidente que la precisión obtenida no llega a la del cálculo matemático pero para la época de utilización era más que suficiente. También es notorio el hecho de que dicho astrolabio ha sufrido modificaciones al descrito por Rojas, tanto en la faz como en el dorso, aunque esencialmente se mantiene sin modificación la proyección ortográfica desde el infinito sobre el coluro de solsticios.

Nuestra afición gnomónica nos ha llevado inconscientemente a dar preferencia en la aplicación y ejemplos a la cronometría obviando otros aspectos astronómicos

El objeto de estas líneas es proporcionar un motivo de distracción al lector tanto en la construcción como en la aplicación, en su lugar de residencia.El hecho de que el propio lector tenga que dar un toque muy personal al la confección del astrolabio encaja perfectamente en la sección de TALLER.

En las siguientes páginas 7 y 8 figuran los dibujos de la faz y el dorso del astrolabio de rojas anteriormente descrito

Si se utilizan la régula y cursor se extienden las posibilidades de uso, como puede verse en los siguientes ejemplos:

a) En una latitud de 40.4° N (Madrid) el día 12 de Agosto: ¿Cuál es la hora del orto y cuál es su acimut en ese instante?

Respuesta: : Las 5h 7m y 70° desde el Norte en el Este ó 110° Sur -Este

El día 12 de Agosto tiene una declinación solar de 15° según el procedimiento comentado en párrafos anteriores. Debemos situar el borde fiducial de la régula sobre la marca 40.4° en la escala que pone Lat N. Actuando de esta manera la régula se convierte en el horizonte móvil y representa el horizonte de un punto de latitud 40.4° N. En esta posición el paralelo de la declinación 15° corta a dicho borde de la régula en un punto que está sobre la hora 5h 7m y en el borde fiducial marca 70°.

Sin mover nada la regala en esa posición podríamos contestar que la hora del ocaso se verifica a las 6h 53m y que el acimut es de 290° desde el Norte en el Oeste

Para las siguientes fórmulas empleamos la siguiente nomenclatura y símbolos: h = altura solar; t = ángulo horario δ = Declinación del Sol o de una estrella; φ = Latitud del lugar de observación; Az = Acimut contado desde el Sur, Sur Este si es por la mañana o Sur Oeste si es vespertino.

Comprobación: : trigonométrica: $\cos t = -\lg \varphi \lg \delta$; $\cos t = -\lg 15^\circ \lg 40.4^\circ = -0.27 \cdot 0.85 = -0.23$ y $t = 103.18^\circ$ que divididos por $15^\circ = 6.87h = 6h.52m$ Este es el valor del ángulo horario que restado de las 12 horas = $5.12h = 5h 7m$. Si se suma 12h al ángulo horario sería las 18h.52m o las 6h 52 PM.

El acimut en el orto y ocaso cuando la altura solar es 0° viene dado por la fórmula $\cos Az = -\sin \delta / \cos \varphi$, sustituyendo $\cos Az = 0.258 / 0.76 = 0.34$; $Az = 70.13^\circ = 70^\circ 07'$ desde el Norte o 109.86° desde el Sur = $109^\circ 52'$ en el orto. Si se suma 180° a este valor hallado tendremos el acimut del ocaso = $289^\circ 52'$.

b) Se pregunta la latitud de un observador si el día 22 de mayo amanece a las 3 AM solar.

Respuesta: : 62.5° N. El día 22 de mayo tiene una declinación de 20.15° Seguir el paralelo hasta que corte a la hora 3 A. M en un punto que ha de coincidir con el borde fiducial de la régula. El extremo opuesto marca en la escala de las latitudes N el valor de 62. 5°

Comprobación: :

$\cos t = -\lg \delta \lg \varphi$; $\lg \varphi = -\cos t / \lg \delta$ sustituyendo $\lg \varphi = \cos 45^\circ / \lg 20.15^\circ = 0.7/0.37 = 1.93$ y $\varphi = 62.57^\circ = 62^\circ 34'$.

c) ¿Seríamos capaces de saber por qué punto del horizonte saldrá el sol en ese día y en esa latitud?

Respuesta: : 41° desde el Norte al este o $180^\circ - 41^\circ = 139^\circ$ desde el Sur en el Este. En el ejemplo anterior el punto de corte del paralelo 20.15° con la elipse de 3 h A.M cae sobre el borde fiducial de la régula, (colocada en la escala de la latitud de $62^\circ 34'$) en la graduación 41° desde el N

Comprobación: : $\cos Az = -\sin \delta / \cos \varphi$; Sustituyendo valores, $\cos Az = -\sin 20.15^\circ / \cos 62.57^\circ = -0.344 / 0.46 = -0.747$; y $Az = 138.39^\circ$ desde el Sur- Este. Desde el Norte es $180 - 138.39 = 41.6^\circ = 41^\circ 36'$.

d) Suponiendo que pensemos realizar una excursión a los países nórdicos para contemplar el sol de medianoche en una localidad a 75° N ¿en qué días tendríamos que hacer la reserva de avión y hotel para tener la seguridad de que durante las 24 horas el sol está presente sobre el horizonte y no existe ni orto ni ocaso

Respuesta: : Desde el 1 de Mayo al 10 de Agosto. Si se coloca la régula en la latitud de 75° N; el extremo izquierdo de ella corta a la hora de las 12 de la noche en un punto, que está inmediatamente por debajo del paralelo 15. Si se sigue con la vista este paralelo hasta que corte a la eclíptica lo hace justo en un punto que corresponde a las fechas del 1 de Mayo-- 10 de Agosto (declinación 15°). Nos damos cuenta que los días comprendidos entre esa dos fechas el sol tendrá una declinación superior a 15° y por lo tanto tendremos la seguridad de contemplar ese bello espectáculo.

Comprobación: : En las fórmulas anteriores del ángulo horario, cuando el producto de las tangentes de ángulos complementarios 15° y 75° es 1 y cuando lleva signo negativo es -1, como es el caso, su coseno es 180° o sea las 0 horas AM No hay ni orto ni ocaso.

e) Mediante la pínula que ponemos en el agujero del cursor vemos que en la mañana del 22 de Abril la altura solar es de 38.5° en una latitud de 48° cerca de París. Se pregunta la hora y el acimut..

Respuesta: : las 9h 8 m AM y el acimut para esa hora es 60° desde el Sur y 120° desde el Norte.

"Modus operandi": Llevaremos la régula hasta la graduación 48° N Deslizaremos el cursor hasta que la marca 38.5 corte a la línea de declinación 11.46° (22 /4) en un punto P Léase este punto entre los meridianos señala las 9h 8m. Sin mover para nada el cursor sobre la régula gírese el conjunto regala- cursor hasta la línea equinoccial,

la altura de 38.5 del cursor toca a la elipse de las 8h, que ahora se comporta como acimut y observamos que ésta ahora corta al borde fiducial de la régula en la división 120° desde el N ó 60° desde el S.

Comprobación: $\cos t = \sin h - \sin \delta \sin \varphi / \cos \delta \cos \varphi$; Sustituyendo $\cos t = 0.62 - 0.14 = -0.47 / 0.655 = -0.724$; $t = 43.6^\circ : 15^\circ = 2.9h = 2h54m$; $12h - 2h54 = 9h 06m A.M$

Acimut para esa hora $Tg Az = \sin t / \sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta$ sustituyendo $tg Az = 0.689 / 0.4 = 1.71$ y $Az = -59.7^\circ = 59^\circ 44'$ desde el Sur ó $180 - 59.7^\circ = 120^\circ 18'$ desde el Norte.

Como se habrá apreciado en este ejemplo no solamente ha intervenido la régula sino también el cursor.

f) *Si se conoce la latitud del observador, la hora solar y la fecha en que hace la observación: ¿Cuál es la altura y el acimut? La latitud es 50° N cerca de Londres, la fecha es el 23 /9 y la hora las 3 PM.*

Respuesta: : $h = 27^\circ$ de altura y $Az = 126^\circ$ desde el Norte

Para obtener estos datos llévase como siempre la régula hasta la marca de 50° en la escala exterior. A continuación observe la declinación que corresponde al 23/9 que es 0° y donde corte el paralelo 0° a las 3 h PM se fija un punto P.. Se desliza el cursor hasta que su borde toque a dicho punto P y observaremos que en el borde de éste señala 27° que es la altura del Sol. Sin mover nada el cursor gírese el conjunto régula -cursor a la línea equinoccial (ecuador). La marca de los 27° cae sobre la elipse de las 8h 25m que cruza al borde de la regala en la graduación 126° desde el Norte (Acimut del Sol para esa hora).

Comprobación: : $\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$, sustituyendo $\sin h = \cos 50^\circ \cos 45^\circ$; $h = 27.03^\circ = 27^\circ 02'$. El acimut $Tg Az = \sin 45^\circ / \cos 45^\circ \sin 50^\circ - 0$, $tg Az = 0.7 / 0.54 = 1.3$ y $Az = 52.54^\circ$ desde el Sur ó $180^\circ - 52.54^\circ = 127.45^\circ = 127^\circ 27'$.

g) *¿Cuál es la altura máxima del sol en su culminación el día que comienza la primavera 21/3 en la ciudad de Estocolmo (60° N)?*

Respuesta: : $h \text{ máx.} = 30^\circ$. Llévase la régula a la marca de 60° N. Fijarse donde el paralelo 0° de declinación corta a las 12h (circunferencia exterior) señalando un punto P. Deslizar el cursor sobre la regala hasta que su borde toque al punto P señala 30° que es la altura en la culminación.

Comprobación: : $h \text{ máx.} = (90^\circ - \varphi) + \delta = 90^\circ - 60^\circ + 0^\circ = 30^\circ$

h) *Problema inverso. Si se conoce la altura máxima del sol en una latitud también conocida, averiguar la declinación y las fechas. Datos conocidos $h \text{ máx.} = 73^\circ$ y $\varphi = 40.4^\circ$ ¿Cuál es la declinación solar y la fecha.*

Respuesta: : 23.44° y 21 /6. Llévase la régula sobre 40.4° en la escala de latitud N Fija en esta posición deslícese el cursor sobre la régula hasta que la graduación 73° de aquél toque a la hora de las 12 dando un punto P que estará encima de la declinación 23.44 y que en la eclíptica corresponde al 21 /6 fecha de la entrada del sol en el signo de Cáncer

Comprobación: : Si $h \text{ max} = 90 - \varphi + \delta$; $\delta = h \text{ max} - (90 - \varphi) = 73^\circ - 49.6^\circ = 23.4^\circ$

i) *Si se observa que la altura máxima del sol en su tránsito superior es de 20° el día 23 de Octubre ¿Cuál es la latitud en que se encontraba el observador?*

Respuesta: : $57^\circ N$. La declinación según sabemos cuando entra en Virgo o Piscis es -11.46° . Seguir este paralelo hasta que toque a la hora de las 12h dando un punto P deslizar el cursor hasta que la graduación 20° toque ese punto P; automáticamente la regala apunta en la escala de las latitudes $58^\circ N$.

Comprobación: : $h \text{ max} = 90 - \varphi - \delta$; $\varphi = 90 - 20 - 11.46 = 58^\circ 32'$.

j) *Se pregunta: ¿A qué horas estará el Sol a 55° de altura el 10 de Mayo en una latitud de 31° N? Y ¿cuál será su acimut en esas horas?*

Respuesta: : 9h 30m AM y 2h 20m PM. El 10 de Mayo la declinación es $17^\circ 44'$. según consta sobre el eje polar que corresponde a esa fecha. Lo primero que haremos es llevar la régula sobre la marca 31 de latitud y después moveremos el cursor hasta que la marca de 55° de éste corte a la línea de declinación 17.73° en un punto P. Este punto se encuentra sobre 9 h 30m AM y 2h 20m PM.

Comprobación: : $\cos t = \sin h - \sin \varphi \sin \delta / \cos \varphi \cos \delta$; sustituyendo $\cos t = 0.82 - 0.156 / 0.82 = 0.66 / 0.82 = 0.81$ y $t = 35.78^\circ : 15^\circ = 2.38h = 2h 23m$; $12h - 2h 23m = 9h 37m AM$ y las 2h 23m P. M

Respuesta: : El acimut es simétrico Si se gira el conjunto régula- cursor en la posición que se encontraba cuando se ha hallado la hora hacia la línea equinoccial, vemos que la marca 55° del cursor toca la elipse horaria de las 6h50m y esta corta al borde de la régula en la división de los 103° de acimut desde el Norte y 257° .

Comprobación: : : $Tg Az = \sin t / \sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta$ Siempre el resultado es desde el Sur, como lo consideramos los aficionados a la gnomónica; sustituyendo $tg Az = 0.58 / 0.41 - 0.27 = 0.58 / 0.14 = 4.06$ y $Az = 76.18^\circ$; $180^\circ - 76.18^\circ = 103.81^\circ = 103^\circ 48'$ desde el Norte y $180^\circ + 76.18^\circ = 256.18^\circ = 256^\circ 10'$.

k) *Hora en la que el sol se encuentra sobre el primer vertical Si nos encontramos en la isla de Gran Canaria en Las Palmas cuya Latitud es $28^{\circ} 05' 58''$, se nos pide conocer cuál es la hora de paso y que altura tendrá el sol cuando pase por la línea Este-Oeste en la tarde del día 12 de Agosto*

Respuesta: : 4h P. M. Altura $h = 33^{\circ}$. Como siempre, llevaremos la régula sobre la división 28° en la escala de la latitud N y deslizamos el cursor de tal modo que el borde del mismo caiga sobre el acimut de los 90° - 270° de la régula que es el centro de la misma y que representa el acimut que corresponde a la línea Este -Oeste El día 12 de Agosto vemos que la declinación solar es de $14^{\circ} 48' .9$; si se sigue esa línea de declinación hasta que corte al borde del cursor dará un punto P que cae encima de las 8 A. M y 4 PM. y sobre el borde del cursor marca 33° .

Comprobación: : $\cos t = \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varphi$ sustituyendo valores; $\cos t = \operatorname{tg} 14^{\circ} 48' .9 / \operatorname{tg} 28^{\circ} 05' 45'' = 0.49$; y $t = 60.3^{\circ}$ ángulo horario que divido por 15° de una hora, arroja el valor de $4.02h = 4h 01m$

Comprobación: de la altura $\sin h = \sin \delta / \sin \varphi$; $\sin h = \sin 14^{\circ} 48' .9 / \sin 28^{\circ} 05' 45'' = 0.54$, y $h = 32^{\circ} 41'$.

l) *Suponiendo que nos encontremos en Estambul 41° N se ha tomado la altura solar y fue $h = 40^{\circ}$ y el Az tomado desde el Sur = 73.5° S.W Se llevó a cabo en una fecha "veraniega" que conjuntamente con la hora vespertina se debe averiguar.*

Respuesta: 3h 20m P.M hacia el día 12 de Agosto. Llévase la régula sobre la marca 41 y desplácese el cursor sobre la graduación 253.5 de la régula que corresponde al acimut desde el Norte ($180^{\circ} + 73.5^{\circ}$) La marca 40 del cursor cae sobre la elipse 3h 20m PM pudiendo establecer la hora en 3h 20m (hora vespertina). Más exacto sería llevar la régula a la línea equinoccial y desplazar el cursor hasta que la marca de los 40° de éste toque a la elipse horaria (que ahora mide el acimut) y que pasa por la división 253.5 de la régula . Obtenida esa posición, gírese el conjunto hasta que la régula está sobre la graduación de los 41° de latitud . Automáticamente la marca 40 del cursor cae ahora sobre las 3h 20m P.M y sobre la declinación $14^{\circ}.48'$ que corresponde al 12 de Agosto.

Comprobación: Datos conocidos $\varphi = 41^{\circ}$, $h = 40^{\circ}$, $A = 180 - 73.5 = 106.5^{\circ}$ conoceremos la declinación δ si se aplica la fórmula del coseno : $\sin \delta = \sin \varphi \sinh + \cos \varphi \cosh \cos A$; sustituyendo y operando : $\sin \delta = 0.25$ y $\delta = 14.9^{\circ}$ y sabiendo δ se calcula t ; $\cos t = \sin h - \sin \delta \sin \varphi / \cos \delta \cos \varphi$; $\cos t = 0.65$ y $t = 49.43 : 15^{\circ}$ (que tiene una hora) $= 3.29h = 3h 17m 43s$ P.M La declinación 14.9 durante el verano corresponde aproximadamente hacia el día 12 /8 según se puede ver siguiendo el paralelo de la declinación $14.9^{\circ} \approx 15^{\circ}$. Si se quiere averiguar t directamente sin emplear la declinación aplicamos: $\operatorname{tg} t = \sin A / \sin \varphi \cos A - \cos \varphi \operatorname{tg} h$. Sustituyendo y simplificando ;

$\operatorname{tg} t = 0.958 / 0.819 = 0.854$ y $t = 49.47^{\circ} : 15^{\circ} = 3.29h = 3h 17m 52s$.

Como aficionados a la gnomónica podemos conocer datos que nos interesan para construir o comprobar rápidamente los resultados obtenidos con un cuadrante solar. Se pide , por ejemplo para un día determinado, averiguar la altura y acimut que tendrá el Sol en diferentes horas.

m) *En un punto de latitud 40.4° N (Madrid) calcúlese la altura y acimut para las 10h el día 22 de Abril.*

n) Con el astrolabio es muy rápida su obtención y muy simple. Se procede llevando la régula sobre la división 40.5 en la escala de las latitudes. A continuación deslizado el cursor sobre la régula hasta que el borde del cursor toque el punto de cruce de la elipse horaria de las 10h con el paralelo de declinación 11.46° (22 de Abril) La altura observada es $h = 50^{\circ}$. Si en esa posición llevamos el conjunto regula- cursor sobre la línea equinoccial vemos que la marca de 50° corta a la elipse de las 8h40m que corta al borde de la regla en la división 130° desde el Norte o 50° Sureste.

$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t = .77$ y $h = 50.81^{\circ}$. El acimut se calcula mediante la fórmula

$\cos A = \sin \delta - \sin h \sin \varphi / \cos h \cos \varphi = -0.63$ y $A = 129.12^{\circ}$ desde el Norte

Todas estas determinaciones se han llevado a cabo utilizando el Sol con sus parámetros ligados a nuestra estrella, pero también es posible de utilizarlo como nocturlabio con la ventaja sobre aquél de que se puede utilizar otras estrellas que no son circumpolares. Sin embargo está en plena desventaja con el astrolabio plano en que la determinación de la hora solar utilizando una estrella es inmediata y sin embargo con el astrolabio de Rojas se ha de realizar una serie de operaciones a los que no estaban familiarizados los usuarios. También se ideó un zodiaco móvil, (ábaco) para facilitar el cálculo. Se puede conocer la hora solar por la noche utilizando las estrellas Se basa en el conocimiento de la fórmula: $t_{\text{Sol}} = t_{\text{estrella}} + (AR_{\text{Sol}} - AR_{\text{estrella}})$. Las AR del Sol y de las estrellas son facilitadas por el zodiaco móvil en el dorso del astrolabio.

n)) *Ejemplo ¿ A qué hora tiene su orto la estrella Rigel el día 17 de Agosto en una latitud de 41.41° ?*

Se conoce por una lista de estrellas la A. R de la estrella Rigel $5h 13m$ y su declinación -8° y la AR del Sol es $9h 51m$ La diferencia entre ambas es el retraso que lleva el Sol con respecto a la estrella Rigel, es de $4h 38m$. Veamos ahora el ángulo horario de la estrella Rigel. Si operamos como siempre y llevamos la régula a la escala de latitudes hasta la marca 41.41° y seguimos con la vista el paralelo -8° corta en un punto que en la escala horaria (entre las elipses) da un ángulo horario de $5h 31m$.

La suma del ángulo horario de la estrella con el retraso del Sol es el ángulo de horario del Sol que es 10h 09m . Por lo que el orto se verifica a las 12h -10h09m = 1h 51m del día 18 de Agosto

Comprobación: El ángulo horario de la estrella viene dado por el $\cos t = -\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi$; $\cos t = -\operatorname{tg} -8 \operatorname{tg} 41.41^\circ = 82.88$ y $t = 5h 31m 31s$ que sumado a la diferencia entre las A. R del Sol y la estrella Rigel (9h 51m - 5h 13m) = 4h 38m = 10h 09m.que es el ángulo horario del Sol en ese momento y la hora será la de 12h - (ese ángulo 10h 09m) = 1h 51m del día siguiente día 18 de Agosto.

o) *En el mismo día y en la misma latitud ¿a qué hora tiene lugar el ocaso de Arturus?. La AR de Arturus es de 14h 14m y su declinación es de $19^\circ 17'$.*

Respuesta: 11h 35m , Poner la régula en la latitud de 41.41. Seguir el paralelo $19^\circ.28'$ hasta hallar el punto de cruce con el borde fiducial de la régula dando un punto P que está entre las elipses 7h y 7h 20m pongamos las 7h 15m de ángulo horario de la estrella Arturus que sumado a la diferencia entre la AR de Arturus y la del Sol en esa fecha nos da la hora del ocaso (14h 14m - 9h 50m) = 4h 24m nos arroja un valor de 11h 39m hora solar, que convertida a hora oficial, es 11h 39m +2h + 14m45s Si estamos en a14m 45s de longitud oeste desde el meridiano de Greenwich ($3^\circ 41'.W$) + E. T (4m 4s) = 13h 53m 49s -12h = 1h 53m 49s del día 18 de Agosto.. Solamente hemos de determinar el ángulo horario de la estrella mediante el astrolabio y la A R del Sol para esa fecha se determina según el lugar que ocupa el Sol en la eclíptica y así se observa que el día 17 /8 ocupa un lugar en la lamina entre las IX Y X horas o directamente por el zodiaco móvil del dorso.

p) *Se nos pregunta qué hora solar será cuando en una latitud de 41.4° se observe a Castor (A.R $\alpha = 7h 33m$ y $\delta = 31.5^\circ$) a 20° sobre el horizonte Oeste el día 5 de Mayo y cuál es el acimut. La A.R del Sol para el día 5 /5 es 2h 49m*

Calculemos en primer lugar el ángulo horario de Castor. Para ello llevaremos la régula a la latitud 41.4en la escala inferior derecha; deslizaremos el cursor hasta que la marca 20 del mismo toque a la línea de declinación de 31.5° . El punto de cruce cae sobre la elipse horaria de las 6h. A continuación veamos cual es el retraso de Castor sobre el Sol,que es justamente la diferencia de las A.R. La A R de la estrella Castor es 7h 33 m y la del Sol es 2h 49m: 4h 44m es la diferencia que sumada a las 6 h del ángulo horario de Castor arroja el valor de las 10h 44m. Si en la posición primitiva de la régula sobre la latitud 41.4° en la escala de latitudes y la marca 20° del cursor sobre la elipse horaria 6h giramos la régula hasta que se sobreponga a la línea equinoccial; vemos ahora que la marca 20 toca a la elipse de las 4h 20 que corta al borde fiducial de la régula en la división 295° desde el Norte.

Comprobación: del acimut : $\cos A = \operatorname{Sen} \delta - \operatorname{sen} h \operatorname{sen} \varphi / \cos h \cos \varphi = 0.42$ y $A = 65.14^\circ$ ó $360 - 65.14^\circ = 294.85^\circ$.

Una característica que le diferencia notoriamente del astrolabio plano exceptuando la universalidad es que convierte las cooedenadas eclípticas en ecuatoriales y viceversa de una manera sencilla y elegante.

q) *Proción (α Canis Minor) tiene una A. R $\alpha = 7h 33m$ y $\delta = 5^\circ$. Se pregunta cuál es su longitud eclíptica λ y su latitud eclíptica β .*

Sobre la equinoccial (ecuador) llevamos el borde fiducial de la régula y señalaremos el punto que corresponde a la A.R entre las AR VII y VIII y a la marca de 5 del mismo . En esta posición si giramos el conjunto hasta que el borde fiducial de la régula se yuxtaponga con la eclíptica veremos que la marca 5° del cursor cae sobre el paralelo $[\] = 27^\circ$ y la longitud eclíptica en las $\lambda = 7 h 40m$

Comprobación: $\operatorname{sen} \beta = \cos \varepsilon \operatorname{sen} \delta - \operatorname{sen} \varepsilon \cos \delta \operatorname{sen} \alpha = 0.44$; $\beta = 26.36.^\circ$ $\operatorname{tg} \lambda = \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen} \varepsilon + \cos \phi \operatorname{sen} \alpha / \cos \alpha = 2.14$; y $\lambda = 65 : 15 4h20$ de ángulo horario 6h -4h20m = 1h 40h + 6h = 7 h 40m .

Es evidente que la precisión obtenida no llega a la del cálculo matemático pero para la época de utilización era más que suficiente. También es notorio el hecho de que dicho astrolabio ha sufrido modificaciones al descrito por Rojas, tanto en la faz como en el dorso, aunque esencialmente se mantiene sin modificación la proyección ortográfica desde el infinito sobre el coluro de solsticios.

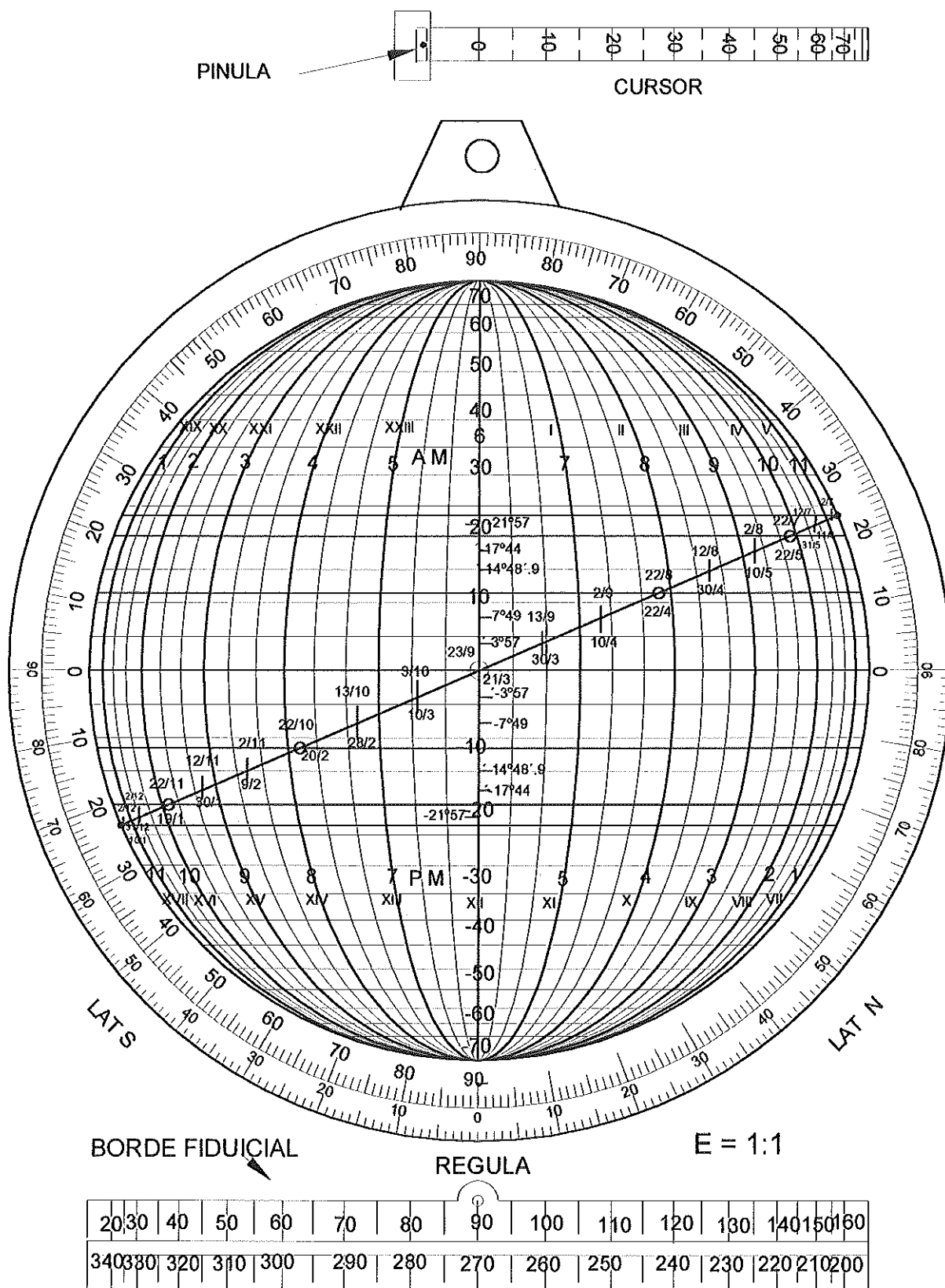
Nuestra afición gnomónica nos ha llevado inconscientemente a dar preferencia en la aplicación y ejemplos a la cronometría obviando otros aspectos astronómicos

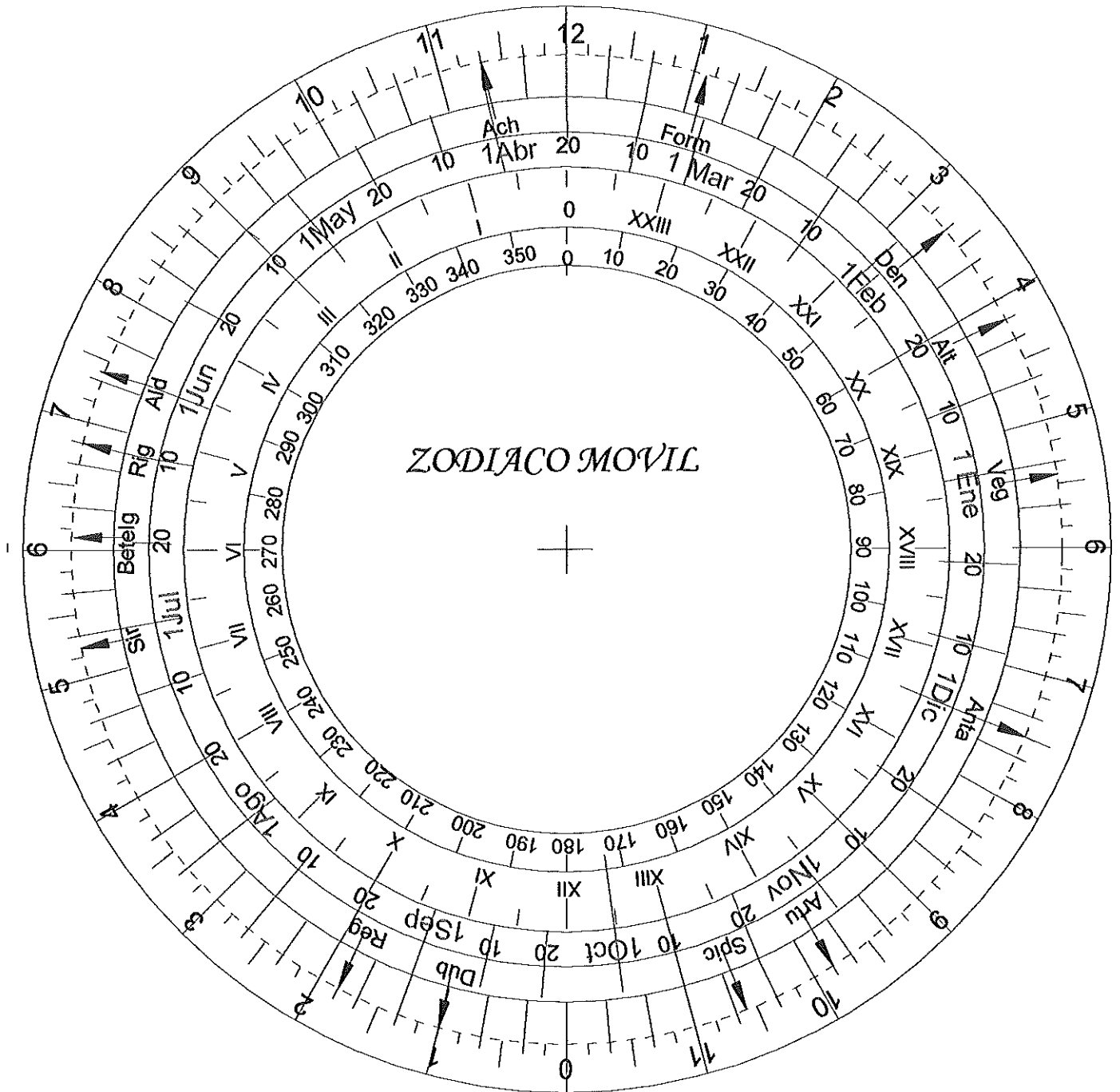
El objeto de estas líneas es proporcionar un motivo de distracción al lector tanto en la construcción como en la aplicación, en su lugar de residencia.El hecho de que el propio lector tenga que dar un toque muy personal al la confección del astrolabio encaja perfectamente en la sección de TALLER.

En las siguientes páginas 7 y 8 figuran los dibujos de la faz y el dorso del astrolabio de rojas anteriormente descrito

ASTROLABIO DE ROJAS

R = 7.5 cm





El autor busca la precisión necesaria en la determinación de la declinación de un muro vertical para que el reloj de sol construido sobre él señale la hora con un error prefijado. Fija el camino que el diseñador debe recorrer y recoge los resultados para algunos casos. La tolerancia en la determinación de la declinación del muro es un dato importante para elegir el sistema de medida. ML

PRECISIÓN NECESARIA EN LA DETERMINACIÓN DE LA DECLINACIÓN DE UN MURO VERTICAL

ANTECEDENTES En las revistas de gnomónica y, por supuesto, en los libros dedicados a esta materia, se pueden encontrar numerosos y variados procedimientos para hallar el valor de la declinación de un muro vertical.

Por ejemplo en CADRAN-INFO nº 9 (mayo 2004) se describen 7 diversos procedimientos cuya precisión varía desde 5' a 10°. Más adelante se detalla el "KIT de mesure" de G. Labrosse. Aparentemente, la precisión indicada para los distintos métodos lo ha sido teóricamente, porque no se ha establecido mediante series estadísticas. Son frecuentes los métodos que fijan en un papel horizontal la traza del muro y la sombra de un hilo vertical (acimut del Sol). A partir del ángulo medido entre ambas direcciones y del cálculo de este acimut se determina la declinación del muro.

En Analema nº 00 publiqué un método, basado en ese mismo principio, que sólo necesita un reloj, un CD, una escuadra y un nivel para colocar horizontal el CD. Su error puede suponerse menor de $\pm 0,5^\circ$.

Antes de seguir, es conveniente recordar que el parecido entre un muro vertical y un plano geométrico es relativamente pequeño. No ocurre lo mismo si se trata de un trozo del muro debidamente preparado o de una losa de piedra cortada y pulimentada a máquina.

OBJETO Estas breves líneas ayudarán al lector a encontrar la precisión con la que debe medir la declinación de un muro vertical, para poder trazar sobre él un reloj de sol que señale la hora con un error máximo prefijado.

El desarrollo del tema será puramente teórico, prescindiendo de los errores operativos y también de la influencia de la refracción.

CAMINO Los relojes de sol son bellos recuerdos del pasado cuya principal misión es la ornamentación así como el recuerdo y respeto a las tradiciones. Este papel no está reñido con que al mismo tiempo los diseñemos, o por lo menos lo intentemos, con rigor y precisión.

Comenzaremos por prefijar el error deseado en la indicación de la hora en el reloj de sol.

A continuación giraremos el muro (junto con el reloj ya dibujado) entre dos posiciones en las que las horas indicadas en cada una de ellas tengan entre sí una diferencia igual al error prefijado.

Midiendo entonces el ángulo girado obtendremos el error máximo admisible en la determinación de la declinación del muro.

No debemos preocuparnos por el esfuerzo físico necesario para esta operación, porque mediante un artificio matemático podemos llegar a los mismos resultados sin mover los ladrillos.

ECUACIONES. Partiremos de la conocida ecuación

$$\tan \omega = \frac{\cos \varphi * \tan t}{\cos d + \sin d * \sin \varphi * \tan t}$$

que relaciona

ω ángulo de la línea horaria con la vertical

φ latitud

t ángulo horario

d declinación del muro

si, en ella, incrementamos d en Δd y t en Δt obtenemos:

$$\Delta d = \frac{1}{\sin t * \cos t * (-\tan d + \sin \varphi * \tan t)} * \Delta t$$

que nos permite hallar cómodamente cuanto debemos mover el muro para no sobrepasar el incremento del ángulo horario que deseamos.

No debemos preocuparnos por la aparente laboriosidad necesaria para la aplicación de las fórmulas anteriores. Las facilidades que ofrecen los programas de "hojas de cálculo" de los actuales ordenadores nos ayudarán para no emplear mucho de nuestro tiempo en el desarrollo numérico de las anteriores fórmulas.

EJEMPLO En un lugar de latitud 45° N. tenemos un muro con una declinación aproximada de 30° (brújula). Elegimos un error máximo deseable en la hora señalada de ± 1 minuto ($\Delta t = 15^\circ / 60 \times 1 \text{ min.} = 0,25^\circ$).

Realizamos el cálculo para la declinación aproximada del muro, luego compararemos el resultado de la declinación medida con la supuesta, y si no son semejantes deberemos repetir los cálculos.

ángulo		
horario	ω	Δd
-90		
-75		
-60	-78,30	0,32
-45	-54,07	0,39
-30	-31,67	0,59
-15	-13,80	1,30
0	0,00	
15	11,16	2,58
30	20,88	3,41
45	30,10	3,85
60	39,64	0,89
75	50,37	0,49
90	63,43	0,35

El ángulo del haz de las líneas horarias (fórmula primera, limitando la iluminación de acuerdo con la declinación del muro y la época del año) se escribe en la segunda columna, y en la tercera el resultado de la fórmula segunda.

El valor del error con que debemos determinar la declinación del muro es $\pm 0,32^\circ$ (aproximadamente un tercio de grado).

Si repetimos el cálculo para una aproximación en la lectura de ± 2 minutos obtenemos un valor de $\pm 0,64^\circ$ para el error máximo de la declinación.

GENERAL Las facilidades de cálculo que antes he mencionado permiten hallar, en pocos minutos, los cuadros siguientes que recogen los resultados para latitudes comprendidas entre 45° N. y 55° N. y declinaciones del muro comprendidas entre 0 y 60° .

Los resultados son iguales para muros simétricos respecto a la meridiana.

latitud					
45	0,54	0,59	0,64	0,71	0,76
50	0,53	0,57	0,65	0,65	0,70
55	0,52	0,55	0,61	0,61	0,65
60	45	30	15		0

error en la medida de la declinación para 2 minutos de precisión

latitud					
45	0,27	0,29	0,32	0,35	0,38
50	0,27	0,28	0,33	0,33	0,35
55	0,26	0,27	0,31	0,31	0,33
60	45	30	15		0

error en la medida de la declinación para 1 minuto de precisión

Dentro de los límites estudiados, la precisión es proporcional al error esperado en la medida del tiempo.

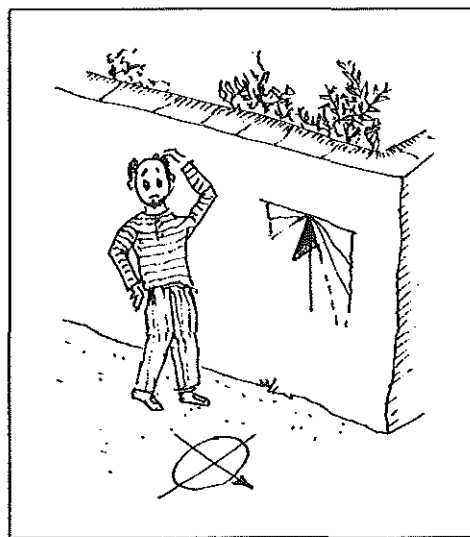
El error admitido es ligeramente menor al aumentar la latitud y la declinación del muro. Una precisión en la medida de la declinación de $0,3^\circ = 18'$ asegura un error máximo de 1 minuto en la lectura de la hora, para una declinación menor de 30° .

En el caso de muros poco declinantes (menor de 15°) una tolerancia en la medida de $0,6^\circ = 36'$ nos permitiría leer la hora, naturalmente con el resto de las operaciones de construcción bien hechas, con un error de 2 minutos.

FINAL El camino y las operaciones descritas permiten fijar el error máximo con el que debemos medir la declinación de un muro para luego tener un error menor del que deseamos tener en la lectura de la hora.

La precisión necesaria no es muy elevada, pero tampoco es demasiado pequeña.

Naturalmente otra cuestión es la precisión que cada sistema de medida ofrece. Sugerimos la realización por un aficionado "manitas" de un trabajo que consistiría en la medida de la declinación de distintos muros con los procedimientos más usuales y la comparación de los resultados obtenidos.



TAN FÁCIL COMO APRETAR UNA TECLA...¿O NO?

O de cómo resolver correctamente ecuaciones trigonométricas con máquinas de cálculo y de su aplicación en la gnomónica

ANSELMO PÉREZ SERRADA

§ 1. Introducción. Al realizar cálculos gnomónicos frecuentemente deben resolverse ecuaciones trigonométricas que, sin ser particularmente complejas, requieren inspeccionar sus soluciones para no pasar por alto soluciones alternativas ni introducir resultados impropios o, en el peor de los casos, falsos.

El uso generalizado de máquinas automáticas de cálculo ha agravado este problema debido a la irresistible tentación que ofrecen tales máquinas de aplicar fórmulas a ciegas pulsando secuencias de teclas.

§ 2. Planteamiento. Para situar el problema, comencemos por la ecuación trigonométrica más sencilla que se puede plantear,

$$\cos(\theta) = x \quad [1]$$

que se resuelve utilizando la función inversa de coseno, $\arccos(x)$. Para que sea una función inversa matemáticamente aceptable es imprescindible que $\cos(\theta)$ sea estrictamente monótona (creciente o decreciente), lo que obliga a que θ tome valores dentro de determinado intervalo.

En concreto, cuando en una calculadora se pulsa la tecla **ACOS** nos devuelve un resultado que está comprendido entre 0° y $+180^\circ$, ya que en tal intervalo $\cos(\theta)$ es estrictamente decreciente. Conocido dicho valor es posible expresar cualquier solución de la ecuación como

$$\theta = \text{ACOS}(x) + 360^\circ \cdot k \quad \text{o bien} \quad \theta = -\text{ACOS}(x) + 360^\circ \cdot k \quad \text{para algún } k \in \mathbb{N}$$

Ese conjunto de infinitas soluciones forma una clase de equivalencia que permite reducirlo a dos valores sobre el dominio principal $\theta \in (-180^\circ, +180^\circ)$:

$$\theta_1 = \text{ACOS}(x) \quad \theta_2 = -\text{ACOS}(x)$$

§ 3. Ejemplo 1: La ecuación

$$\cos(\theta) = 0.85$$

tiene dos soluciones sobre el dominio principal $\theta_1 = 31.79^\circ$ y $\theta_2 = -31.79^\circ$, de las cuales la calculadora sólo proporciona la primera.

§ 4. Un razonamiento análogo se podría hacer para la ecuación

$$\sin(\theta) = x \quad [2]$$

obteniéndose que, sobre el dominio principal $\theta \in (-180^\circ, +180^\circ)$ las soluciones son:

$$\theta_1 = \text{ASIN}(x) \quad \theta_2 = \pm 180^\circ - \text{ASIN}(x)$$

siempre que la tecla **ASIN** devuelva valores entre -90° y $+90^\circ$, que es lo habitual en la mayoría de calculadoras. Se hace notar que para θ_2 se elige el signo de 180° de forma que dicha solución esté dentro del dominio principal.

§ 5. Ejemplo 2: La ecuación

$$\sin(\theta/2) = 0.5$$

tiene en principio dos soluciones $\theta_1 = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ y $\theta_2 = 2 \cdot 150^\circ = 300^\circ = -60^\circ$ de las cuales la segunda es falsa. Por tanto, en este caso la solución de la calculadora $\theta_1 = 60^\circ$ es la única posible sobre el dominio principal.

§ 6. De igual manera, para la ecuación

$$\tan(\theta) = x \quad [3]$$

se obtiene:

$$\theta_1 = \text{ATAN}(x) \quad \theta_2 = \pm 180^\circ + \text{ATAN}(x)$$

siempre que la tecla **ATAN** devuelva valores entre -90° y $+90^\circ$, como es habitual.

§ 7. Nuestra dificultad no sólo radica en que las máquinas (y sus usuarios) ignoran el hecho de que las ecuaciones trigonométricas pueden tener varias soluciones sobre el dominio principal. Sucede además que en muchas ocasiones existe una condición adicional, implícita o explícita, que sólo es satisfecha por una de esas dos soluciones pero no por la otra. Como la calculadora sólo devuelve la primera solución, si la única válida es la segunda habremos obtenido un resultado erróneo.

§ 8. Veámoslo con otro problema muy común: dado el afijo $(x,y) = (-3, -4)$ de un vector calcular su argumento

$$\theta = \text{ang}(x,y) \quad [4]$$

Se sabe por geometría elemental que $\tan(\theta) = y/x$ por lo que las dos soluciones son, en principio,

$$\theta_1 = \text{ATAN}(-4/-3) = 53.13^\circ$$

$$\theta_2 = -180^\circ + \text{ATAN}(-4/-3) = -126.87^\circ$$

Ahora bien, igualmente se debe cumplir que

$$\sin(\theta) = y/\sqrt{x^2+y^2} \quad \text{y} \quad \cos(\theta) = x/\sqrt{x^2+y^2} \quad [5]$$

lo cual sólo se verifica para el segundo resultado, no para el primero. Por eso, si tomáramos directamente la solución de la calculadora $\theta_1 = 53.13^\circ$ el resultado sería erróneo.

§ 9. Por ser este caso del ejemplo tan habitual, muchas calculadoras tienen predefinida una función, que llamaremos ANG(x,y), —también se la conoce como ATAN2(x,y)— que asocia a cada vector su ángulo correcto, ya sea θ_1 ó θ_2 . Si dicha función no está implantada se puede programar mediante una rutina similar a la indicada a la derecha:

```
double ang( double x, double y) {
    double temp;
    temp = (180/PI)*atan(y/x);
    if(x<0) {
        if(y<0) temp = temp - 180;
        else temp = temp + 180;
    }
    return temp;
}
```

§ 10. Me he detenido en detallar la resolución general de la ecuación [4] porque es muy cómoda y fiable de manejar y porque muchas de las ecuaciones que aparecen en la gnomónica clásica se pueden replantear de esa forma, como seguidamente se verá.

§ 11. Aplicación al cálculo de coordenadas horizontales: Como es bien sabido, las coordenadas horizontales del Sol se calculan a partir de sus coordenadas ecuatoriales resolviendo el triángulo de posición Polo-Sol-Zenit, así:

$$\sin(h) = \sin(\phi) \cdot \sin(\delta) + \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(H) \quad [6]$$

$$\tan(A) = \frac{\sin(H)}{\sin(\phi) \cdot \cos(H) - \cos(\phi) \cdot \tan(\delta)} \quad [7]$$

La resolución de la primera ecuación no plantea ningún problema porque por definición la elevación de cualquier astro está siempre comprendida entre $h = -90^\circ$ y $h = +90^\circ$, que coincide con el recorrido de la función ASIN() de las calculadoras. Sin embargo, la segunda ecuación puede plantear problemas si se aplica automáticamente la función ATAN(), como puede verse en el siguiente ejemplo.

§ 12. *Ejemplo 3:* Para un lugar de latitud $\phi = 41^\circ$ el acimut del Sol a las 7:00 de la mañana, hora solar local ($H = -75^\circ$) del día 21 de junio ($\delta = 23.45^\circ$) viene dado por la ecuación

$$\tan(A) = 6.13$$

que tiene dos resultados principales: $A_1 = 80.7348^\circ$ y $A_2 = -99.2652^\circ$.

El primer resultado es el que proporciona la calculadora y, sin embargo, sólo es válido el segundo, puesto que es el único que cumple la condición adicional de compatibilidad

$$\cos(\delta) \cdot \sin(H) = \sin(A) \cdot \cos(h) \quad [8]$$

que equivale a afirmar que $\sin(H)$ y $\tan(A)$ deben tener el mismo signo. Si se resuelve la ecuación [7] así

$$A = \text{ang}(\sin(\phi) \cdot \cos(H) - \cos(\phi) \cdot \tan(\delta), \sin(H)) \quad [9]$$

puede verse que se obtiene siempre la solución correcta, puesto que lleva implícita la condición de compatibilidad. Por eso, cuando se realizan cálculos con ordenador esta fórmula es preferible a la clásica con arco-tangente.

§ 13. Tradicionalmente este problema de las soluciones múltiples se soslaya aprovechando que para el arco tangente las dos soluciones principales corresponden a uno y otro sentido de una misma dirección. El gnomonista sabe por intuición qué lado de la línea es el correcto, cosa que no se puede esperar de una máquina.

§ 14. Aplicación al cálculo de un cuadrante plano horizontal con estilo polar: Hasta en este caso, que es uno de los más sencillos, pueden surgir complicaciones: es bien sabido que el ángulo tabular H' que forma la sombra del estilo con la meridiana cuando el Sol alcanza un ángulo horario H se calcula a través de

$$\tan(H') = -\sin(\phi) \cdot \tan(H) \quad [10]$$

Sin embargo, no es tan conocido que existe una condición adicional ($h > 0$) que también debe cumplirse. Esta condición adicional, debidamente reducida, se resume en la regla siguiente: "Si ϕ y H tienen el mismo signo, entonces H' es negativa". Replantando la ecuación [10] para introducir esa condición se obtiene

$$H' = \text{ang}(\cos(H), -\sin(\phi) \cdot \sin(H)) \quad [11]$$

que, ahora sí, es válida para cualquier valor de ϕ y de H .

§ 15. *Ejemplo 4:* Calcular el ángulo de la sombra de un estilo polar sobre un cuadrante horizontal a las ocho de la tarde hora solar local ($H = 120^\circ$) para un reloj de sol situado en $\phi = -35^\circ$ (hemisferio austral).

y el estilo a $f = -16.988^\circ$ sobre aquella; la línea del mediodía está a $\theta'(XII) = +16.175^\circ$ y la de las siete de la tarde a $\theta'(XIX) = 62.412^\circ$. El día del solsticio de verano ($\delta = +23.45^\circ$) el Sol sale por el plano a las 09:08:18, culmina sobre él a las 14:37:50 ($H_{ss} = +39.458^\circ$) y se oculta a las 20:07:22, todas ellas en hora solar local.

§ 19. Reducción de una ecuación trigonométrica a una ecuación algebraica: No terminan aquí las dificultades con las ecuaciones trigonométricas. En cuanto se complican un poco más, se hace necesario reducirlas a otras más simples mediante un cambio de variable. En el caso más general, el cambio de variable

$$\tan(\theta/2) \rightarrow t \quad [23]$$

reduce cualquier ecuación trigonométrica a otra algebraica, habida cuenta de que

$$\sin(\theta) \rightarrow 2t/(1+t^2) \quad \text{y} \quad \cos(\theta) \rightarrow (1-t^2)/(1+t^2) \quad [24]$$

Como las ecuaciones algebraicas de grado múltiple poseen varias soluciones, habrá que estudiar qué ocurre con ellas al deshacer el cambio de variable.

§ 20. Por ejemplo, en muchos problemas de gnomónica se debe resolver una ecuación de la forma

$$a \cdot \cos(\theta) + b \cdot \sin(\theta) = c \quad [25]$$

donde a, b y c son números reales conocidos. En general esa ecuación tiene dos soluciones sobre el dominio principal y existen varias maneras (gráficas y analíticas) de calcularlas; tal vez la más sencilla sea realizando el cambio de variable indicado anteriormente. Con él la ecuación se transforma en otra algebraica de segundo grado cuyas dos soluciones son

$$t_1 = \tan(\theta_1/2) = (a+d)/(b+c) \quad t_2 = \tan(\theta_2/2) = (a-d)/(b+c) \quad [26]$$

siendo $d^2 = a^2 + b^2 - c^2$.

Invertiendo las tangentes, se observa que cada una de ellas proporciona una única solución (ver ejercicio 2) y, por tanto,

$$\theta_1 = 2 \cdot \text{ang}((b+c), (a+d)) \quad [27]$$

$$\theta_2 = 2 \cdot \text{ang}((b+c), (a-d)) \quad [28]$$

(Nótese que la duplicidad proviene de la ecuación algebraica, no de la inversión trigonométrica).

§ 21. *Ejemplo 6:* Calcular la hora solar local a la que el sol alcanza un acimut de $+100^\circ$ sobre un lugar situado a $+41^\circ$ de latitud el día del solsticio de verano

Planteando la ecuación del acimut [7] así

$$\cotan(A) \cdot \sin(H) = \sin(\phi) \cdot \cos(H) - \cos(\phi) \cdot \tan(\delta)$$

se obtiene la igualdad

$$0.6561 \cdot \cos(H) + 5.671 \cdot \sin(H) = 0.3273$$

cuyas dos soluciones son

$$H_1 = +73.234^\circ \quad H_2 = -46.147^\circ$$

De ellas sólo sirve una que, por sentido común, es la primera. Como a las máquinas no les sirve el sentido común, habría que calcular la elevación del Sol en cada caso y comprobar cuál cumple la relación $\sin(A) \cdot \cos(h) = \cos(\delta) \cdot \sin(H)$.

§ 22. *Ejemplo 7:* A las dos de la tarde hora solar local ($H=30^\circ$), la sombra de un estilo polar sobre una pared vertical forma con la vertical un ángulo de $H' = 26^\circ$. Calcular la declinación del muro para una latitud de $\phi = 41^\circ$.

Reorganizando y simplificando la ecuación [9] se obtiene

$$\cotan(H) \cdot \cos(D) + \sin(\phi) \cdot \sin(D) = \cos(\phi) \cdot \cotan(H')$$

y operando se llega a:

$$D_1 = 54.082^\circ \quad D_2 = -12.591^\circ$$

De ellas sólo una es válida, pero para determinarla sería necesario realizar otra lectura, puesto que no se dispone de una condición adicional de compatibilidad.

§ 23. Conclusión: Las ideas aquí comentadas se pueden aplicar para resolver de forma automática y con carácter general otros muchos problemas de gnomónica clásica. En general el proceso requiere reorganizar las ecuaciones en forma de arco-tangentes y buscar condiciones de compatibilidad para incluirlas, siempre que sea posible, en la fórmula de la función ANG().



ESTIMACIÓN DE LA DECLINACIÓN DE UN RELOJ VERTICAL

JESÚS DE LA CALLE

Con motivo de la organización de una base de datos de los relojes de sol existentes en España, nos hemos planteado la utilidad de algún método que nos permita estimar la declinación de los relojes verticales que en ella figuran.

Es difícil que alguien pueda darnos ese dato, pues muchas veces se trazaron de forma experimental.

En cualquier caso, es de gran interés disponer de un método que nos permita obtener el valor de la declinación a partir de las líneas horarias del propio reloj de sol. Obtener medidas directas presenta serias dificultades y en muchos casos imposible de superar por nosotros.

La solución que proponemos consiste en efectuar las medidas sobre una fotografía del reloj tomada bastante de frente al muro, a ser posible tomada desde lejos con teleobjetivo. Mejor aún será usar una fotocopia de ésta, pues se puede ampliar a un tamaño mayor.

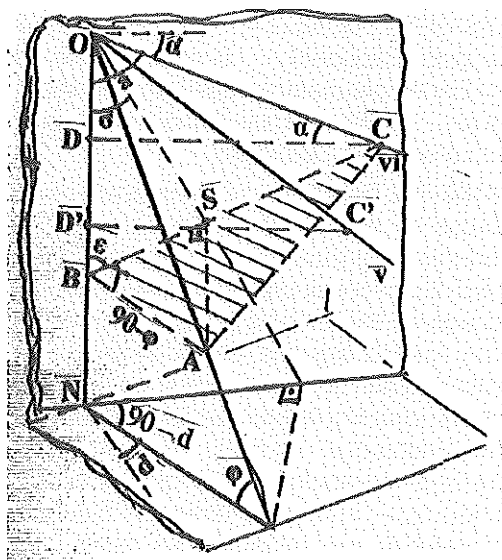


FIGURA 1

Supongamos que se trata de un reloj con declinación al Oeste. Si ésta es apreciable, nos mostrará el trazo de la línea horaria de las 6 de la tarde, formando un cierto ángulo α sobre la horizontal que pasa por el polo del reloj. Este ángulo nos da una idea aproximada de la magnitud de la declinación del reloj. Su valor puede ser del orden de un 20% mayor que el de α , para declinaciones de hasta 20° .

El método sería, trazar sobre la fotografía (o la fotocopia) una perpendicular a la línea de las 12 que pase por un punto cualquiera de la línea de las 6 horas. Cuanto más alejado del polo esté ese punto nos permitirá una mayor precisión. El ángulo α puede medirse, pues;

$$\operatorname{tg} \alpha = OD / CD.$$

Si el reloj está bien calculado (lo que es mucho suponer), la declinación d se puede calcular utilizando la expresión;

$$\operatorname{sen} d = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \varphi.$$

La figura muestra el plano de un reloj con una declinación d hacia el Oeste y un triángulo esférico ABC que define un rayo de sol AC que se proyecta sobre la línea horaria de las 6 de la tarde.

El ángulo en A será de 90° porque corresponde al plano horario de 6 horas, a partir de las 12 (a razón de 15° por hora).

El ángulo en B valdrá, $90^\circ - d$, según se puede apreciar en el plano horizontal.

El lado a será el ángulo que forma la línea de las 6 con la vertical ($a = 90^\circ - \alpha$)

En este triángulo rectángulo, se tiene;

$$\cos B = \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg} (90^\circ - c) \quad \text{equivalente a;}$$

$$\cos (90^\circ - d) = \operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{ctg} \varphi \quad \text{Luego;}$$

$$\operatorname{sen} d = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \varphi.$$

según se quería demostrar

El valor de la declinación, se puede usar para verificar el buen cálculo del reloj.

Si, en algún caso, no existe la línea de las 6, puede utilizarse la línea de las 5 de la tarde. En este caso el ángulo A valdrá 75° , que corresponde a 5 horas. Esto hace el cálculo más complejo, pues obliga a resolver un triángulo oblicuángulo, con las ecuaciones:

$$\operatorname{sen} 75^\circ / \operatorname{sen} a5 = \operatorname{sen} C / \operatorname{sen} c$$

y después

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} B = \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A + C) \cdot \cos \frac{1}{2} (a5 - c) / \cos \frac{1}{2} (a5 + c)$$

Por supuesto que, si el reloj declina hacia el Este, habrá que tomar las medidas sobre la línea de la 6 (o de las 7) de la mañana.

En el caso, poco frecuente, en que esté trazada la línea equinoccial, también se puede utilizar para estimar la declinación.

Para ello, se mide el ángulo ε que forma con la vertical. Así se conoce el ángulo de la subestilar por ser perpendicular a la línea equinoccial, luego $\sigma = 90^\circ - \varepsilon$.

En el triángulo esférico ABS, rectángulo en S, se tiene:

$$\cos (90^\circ - d) = \operatorname{ctg} (90^\circ - \varphi) \times \operatorname{ctg} (90^\circ - \sigma).$$

luego: $\operatorname{sen} d = \operatorname{tg} \varphi \times \operatorname{tg} \sigma$, de donde se obtiene d

ATTI DEL X SEMINARIO NAZIONALE DI GNOMONICA

UNIÓN ASTROFILI ITALIANI SEZIONE QUADRANTI SOLARI

Aunque Con cierto retraso nos parece muy interesante publicar las Actas del X Seminario Nacional de la Sección de Cuadrantes Solares de la Unione di Astrofili Italiani, que se celebró en San Benedetto del Tronto (Italia) el 6/7/8 de octubre 2002.

El seminario fue organizado por F Azzarita y A Cintio

Nos llama la atención el elevado número de participantes, su elevado nivel científico y artístico y, sobre todo la variedad y calidad de la mayor parte de las comunicaciones presentadas.

A continuación haremos una breve reseña de algunas de estas comunicaciones. Los nombres de sus autores constituyen un verdadero "Who is Who" de los más eminentes gnomonistas italianos, o lo que nos excusamos por no publicarlos en su totalidad.

RICCARDO ANSELMINI : *Aplicación del Método de Intersecciones*. - Se refiere a un método, usual en Geometría analítica, de determinar las curvas de intersección de dos superficies, de gran generalidad pero de cierta complicación si no se utiliza el ordenador para el diseño gráfico de los resultados.

MARIO ARNALDI : *Relojes medievales desaparecidos*. - Un magnífico estudio sobre las diversas divisiones horaria del tiempo de las que hay indicio en algunos relojes desaparecidos

Cita un curioso tratado del siglo XII de Philippe de Thaon, del cual no nos resistimos a reseñar los siguientes versillos, en francés medieval:

Nepurquant par demures	Encore entr chascun
Que nus apelum "hures"	En i faissent il une
En est divisium	Ço est pur le cunter
Par itele raisun	E our tost remember
Char prime apelent le une	Mas li vol numbrer
Tierce, midi, e riune,	Duze en il pot truver
La quinte remuntee	En ordre lur curs
E la siste vespree	Tenent luz a estrus

Asimismo cita, en apoyo de sus tesis a Francesco de Bartoli, Nicolao de Lyra y Giuglielmo di Conches.

FRANCESCO AZZARITA : Informa sobre el proyecto de una meridiana monumental, construida en el Parco due Giugno, en Bari, y sobre sus peculiaridades de proyecto, construcción y funcionamiento.

MARIO CATAMO Y CESARE LUCARINI : Han conseguido desarrollar un reloj solar sin gnomon, utilizando la difracción producida por los rayos solares en una retícula micrométrica, curiosamente la superficie de un Compact Disc convenientemente orientado.

Estos mismos autores presentan otro artículo en el que reseñan un reloj solar por transparencia, en una vidriera de la universidad romana "La Sapienza", con la peculiaridad de que el gnomon está constituido por un sistema de lentes trifocal, que produce una imagen solar muy luminosa, necesaria en los relojes transparentes.

SERGIO D'AMICO : *Métodos físicos para el análisis y datación de relojes solares fijos*. - Examina tres métodos analíticos: Fluorescencia de Rayos X, Reflectografía infrarroja y ultravioleta y Termografía infrarroja, estos métodos ya son comúnmente utilizados para el análisis y la datación de obras de arte.

ENRICO DEL FAVERO : Informa sobre la recogida y censo de relojes solares y su publicación, a cargo de Claudio Garetti, por acuerdo de Consejo Directivo de la U.A.I. En aquella fecha se habían censado 12345 relojes

GIROGLAMO FANTONI : Analiza y pone en evidencia las similitudes y diferencias entre los antiguos globos horarios de Prosymna y de Matelica (ambos utilizan el "terminador" o círculo máximo límite de sombra)

GIANNI FERRARI : *Calendarios y Relojes de Sol*. - Examina los fenómenos que experimentan variaciones, en el mismo día de años sucesivos, debido a nuestro calendario, y su influencia sobre los relojes solares. Concluye que su influencia es despreciable si se emplean tablas del valor medio anual.

GALESSANDRO GUNELLA : *Los relojes de Altura del tipo llamado "Capuchino"*. El autor expone y desarrolla las intuiciones geométricas que han permitido elaborar los relojes de altura solar llamados "Capuchinos", y explica su posterior desarrollo.

GIOVANNI PALTRINIERI : *La orientación de las Iglesias Románicas de Bolonia*. - Nos recuerda muy justamente que "orientar" significa mirar a Oriente. En este preámbulo histórico se consideran los aspectos fundamentales del trazado de los templos griegos y romanos. El cristianismo asimiló algunas de estas reglas, ligadas al simbolismo solar que ve a Jesús como la nueva Luz. Durante la Edad Media muchas iglesias fueron preferentemente "orientadas", es decir, mirando al Oriente. Estudia esta orientación en 29 iglesias boloñesas, encontrando que, aunque la dirección Este es generalmente preferida, sus orientaciones reales varían desde 45° a 118° E, de las cuales solo 11 edificios varían menos de 10° de la dirección E-W.

GABRIELLE VANIN : *El Gnomon de Toscanelli en la Cúpula de la Catedral de Florencia*. En 1475 el gran cosmógrafo florentino Paolo dal Pozzo Toscanelli hace instalar un orificio gnomónico, el mayor del mundo con sus 99 metros de altura. El 20 de Junio de 200 se celebró una conferencia-representación en la que se han examinaron las peculiaridades de esta meridiana.

GIUSEPPE ZUCCALA : *Relojes solares sobre superficies cilíndricas, cóncavas o convexas*. Se examina varios relojes solares calculados y realizados sobre superficies de este tipo y con gnomones no convencionales. También presenta un artículo sobre el "Merkhet, antiquísimos relojes de altura, algunos egipcios, en una versión moderna y con una original y nueva reinterpretación.



RESEÑAS DE PUBLICACIONES I

Título	RELOJES DE SOL DE GUADALAJARA
Autores	Javier Martín-Artajo y Jacinto del Buey
Signatura	I.S.B.N. 84.87791.57-3
Tamaño	17 X 23 cm.
Páginas	351 con numerosas figuras
Idioma	Español
Edita	Diputación Provincial de Guadalajara
Edición	1ª edición. Abril 2004
Imprime	Tecnología Gráfica.
Prólogo	Luis Hidalgo Velayos
Precio	-----

Aunque siempre constituye un motivo de satisfacción para nuestra Sociedad la aparición de una nueva publicación sobre temas de Gnomónica, el libro que aquí se reseña es motivo de una especial, y pudiéramos decir doble, satisfacción. Porque se trata de una excelente publicación y además es debida a dos eminentes gnomonistas pertenecientes a nuestra Junta de Dirección: Jacinto del Buey y Javier Martín-Artajo, vicepresidente y vocal de la misma respectivamente

Constituye un exhaustivo repertorio o catálogo que incluye prácticamente la totalidad de los relojes de Sol que existen actualmente en la Provincia de Guadalajara. Se reseñan y describen 228 relojes, -incluso se recogen las trazas de 16 relojes desaparecidos-, con una sistematización de datos muy precisa y actual.

La edición es muy cuidada, con numerosas ilustraciones entre las cuales 420 fotografías en color y cinco gráficos geográficos muy detallados. Ha sido patrocinada por la Diputación de Guadalajara a través de su Servicio de Cultura, que colaboró con sus medios y disposiciones legales para averiguar la existencia de relojes solares en los pueblos y villas de su provincia.

Una novedad que sin duda será bien recibida por los aficionados a la gnomónica es la inclusión sistemática de los relojes llamados "De misa" y "Canónicos", que en otras publicaciones anteriores eran desconocidos, ignorados o despreciados por no ser considerados "relojes"

Creemos de justicia recordar aquí la labor realizada por nuestros asociados y miembros de la Junta Directiva: José Esteban Esteban verdadero pionero desde hace muchos años en el descubrimiento de relojes de sol en esta provincia, cuyas informaciones y datos han contribuido a la obtención del acopio de referencias de relojes solares que llena cumplidamente este libro

Y Manuel María Valdés, quien fue el primero que dio a conocer en nuestro país de este tipo de relojes "Canónicos", casi desconocidos y no mencionados anteriormente, mediante la publicación de varios artículos en nuestro Boletín "Analema" y sobre todo con la primera edición de su libro "RELOJES DE SOL PRIMITIVOS. RELOJES CANÓNICOS O DE MISA" publicado en 1996 en su 2ª edición.

A continuación transcribimos literalmente algunos de los párrafos incluidos en el prólogo de Luis .Hidalgo Velayos, donde se mencionan y detallan acertadamente las características y circunstancias de este libro.

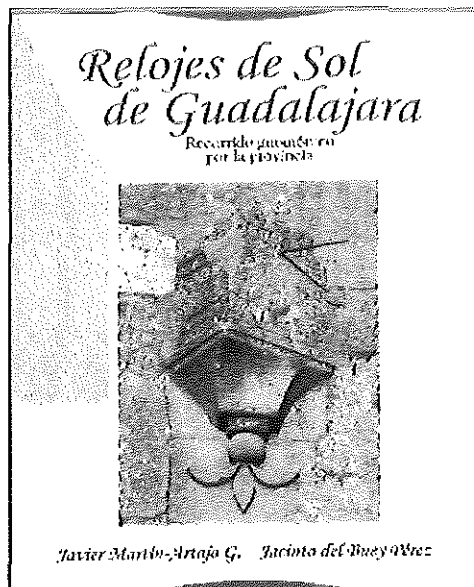
M.L.S.

"... Los autores han conseguido, respetando el rigor histórico y el científico un texto de gran amenidad, que es totalmente asequible a toda persona que desee apreciar los aspectos estéticos y culturales de estos artífices...."

"... el libro cumple con la intención e los autores, en el sentido de facilitar la ubicación de los diferentes cuadrantes y la de fomentar la admiración y cariño por ellos.. Es sorprendente en esta publicación la aparición y descripción de un número importante de Relojes de Misa, que marcan las horas canónicas...."

"... La obra ha sido estructurada de una manera lógica y práctica, dividiendo la provincia en cuatro capítulos o apartados: La Campiña, La Alcarria, La Serranía y el Señorío de Molina, cada uno señalado con su correspondiente mapa para conocer donde se encuentra cada reloj. Especialmente es interesante la abundante y extensa información que expone referente a la datación y bosquejos históricos, pues es infrecuente encontrar tal cúmulo de datos, incluso en los tratados de especialización histórica. En el Catálogo figura una serie de referencias codificadas que permiten resumir en pocos datos las principales características de los cuadrantes....."

L.H.V.



CLASIFICACIÓN DE LOS RELOJES RESEÑADOS

Tradicionales	
Verticales	89
Horizontales	4
Ecuatoriales	4
Polar	1
Primitivos	
Esferas de Misa	66
Horas Canónicas	49
Singulares	
Meridiana	1
Lineal .azimutal	1
Riego	1
Decorativos y otros	
Modernos	12



RESEÑAS DE PUBLICACIONES II

Título	RELOJES DE PIEDRA EN GALICIA
Autor	JOSÉ LUIS BASANTA
Signatura	I.S.B.N. 84.95892.16-2
Tamaño	22 X 28 cm.
Páginas	372 con numerosas figuras
Edición	2ª edición. Febrero 2004
Imprime	EuroGráficas Pichel S.L.
Idioma	Español
Prólogo	de la 1ª ed. J. Figueras Valverde
Precio	48 €-

Constituye esta segunda y tan esperada edición del libro de J.L. Basanta *"RELOJES DE PIEDRA EN GALICIA"* un verdadero acontecimiento editorial para el mundo de la Gnomónica, como sucedió con su primera edición de 1986, agotada hace muchos años, que en su día dio origen a una serie de publicaciones que despertaron en nuestro país el interés por esta olvidada Ciencia.

Desmintiendo a nuestro clásico proverbio *"nunca segundas partes fueron buenas"*, esta segunda parte no solamente es buena, es excelente.

Efectivamente, se trata de una cuidadísima e incluso lujosa edición que duplica el contenido de la primera y prestigia tanto a autor como a la Fundación Barrié de la Maza, que siguiendo su línea de difusión cultural especialmente de la cultura propia de Galicia, ha patrocinado ambas ediciones.

El libro en sí es mucho más que un mero repertorio de ilustraciones sobre los relojes de piedra situados o contruidos en el ámbito geográfico de Galicia. En él se explica y aplica una ordenación metodológica de los tipos y características de los relojes expuestos, clasificándolos con arreglo a su localización geográfica, tipos, fechas, leyendas y autores. Extiende su ámbito a otros notables ejemplares no gallegos, pero relacionados de algún modo con Galicia, e incluso amplía sus ejemplos y estudios a numerosos relojes solares del resto de España y de otros países.

En el índice que figura adjunto se puede comprobar la extensión de los temas tratados. Hacemos notar que en el punto 9 también se incluye un elemental, -pero eminentemente práctico-, tratado de Gnomónica que permite una fácil iniciación a quienes, deslumbrados por los esplendores de las artísticas representaciones de relojes solares que figuran en sus páginas, deseen profundizar en esta Ciencia (o Arte)

La profusión de ilustraciones, fotografías a todo color y grabados hacen de este espléndido libro un magnífico ornamento, que sin duda ha de figurar en la biblioteca de todo buen aficionado a la Gnomónica.

El libro que reseñamos es un importante y atractivo texto, fundamental para toda persona que aprecie el aspecto cultural y científico de estas bien labradas "piedras del Sol." Felicitamos al Autor por su bella obra.-

MLS



ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

1. EL TIEMPO, SU MEDIDA
2. EL RELOJ DE SOL, SUS ORÍGENES. DESARROLLO HISTÓRICO Y SUS TIPOS
3. LOS RELOJES EN LA OBRA DE ALFONSO EL SABIO
4. LOS RELOJES DE SOL EN LA LITERATURA
5. LOS RELOJES DE SOL EN LA PINTURA
6. LOS RELOJES DE SOL EN GALICIA
 - 6.1 INTRODUCCIÓN
 - 6.2 DISTRIBUCIÓN GEOGRÁFICA
 - 6.3 SUS FORMAS
 - 6.4 SU SITUACIÓN
 - 6.5 SUS DISTINTOS TIPOS
 - 6.6 SUS LEYENDAS
 - 6.7 SUS FECHAS
 - 6.8 SUS AUTORES
 - 6.9 FUENTES BIBLIOGRÁFICAS
7. LOS RELOJES NO GALLEGOS RELACIONADOS CON GALICIA
8. MISCELÁNEA
9. CONSTRUCCIÓN DEL RELOJES DE SOL
 - 9.1 TRAZADO DE LA MERIDIANA
 - 9.2 CONSTRUCCIÓN DE UN RELOJ ECUATORIAL
 - 9.3 CONSTRUCCIÓN DE UN RELOJ HORIZONTAL
 - 9.4 CONSTRUCCIÓN DE UN RELOJ VERTICAL ORIENTADO AL SUR
 - 9.5 CONSTRUCCIÓN GRÁFICA DE RELOJES SOLARES HORIZONTALES Y ORTOMERIDIANOS
 - 9.6 TRAZADO DE RELOJES POR TRIGONOMETRÍA
 - 9.7 TRAZADOS DE ÁNGULOS HORARIOS POR MEDIO DE LAS CUERDAS DE ESTOS ÁNGULOS
 - 9.8 TABLA PARA TRAZAR RELOJES VERTICALES ORTOMERIDIANOS; PARA PONTEVEDRA (42° 30')
 - 9.9 GRAFICO CON EL QUE SE LOCALIZA LA LATITUD PARA LA CUAL SE HA CONSTRUIDO EL RELOJ SOLAR
 - 9.10 TRAZADO DEL RELOJ VERTICAL MERIDIANO
 - 9.11 TRAZADO DE UN RELOJ EQUINOCCIAL
 - 9.12 LECTURA Y PUESTA EN HORA DE LOS RELOJES SOLARES
10. BIBLIOGRAFÍA

ALGUNAS ASOCIACIONES GNOMÓNICAS
FABRICANTES DE RELOJES DE SOL Y REVISTAS
11. LÉXICO

EPILOGUE / EPÍLOGO



Nota: Este capítulo XI del Tratado de Gnomónica Vectorial de Antonio, de Vicente, fue publicado en los anteriores, boletines 6, 7 y 9, pero con numerosos errores y erratas de transcripción. En el presente artículo se corrigen estas erratas. A d V.

CAPITULO XI

M) TEORIA DE LOS PLANOS PARALELOS

Sean dos puntos, geográficos H y K, con diferencia de longitudes φ_{hk} . en cada uno se sitúa un Plano, el $(A)_H$ y el $(A)_K$, definidos a través de sus versores $(\vec{A}-\vec{H})_{ah} = \vec{k}_{ah}$ y $(\vec{A}-\vec{K})_{ak} = \vec{k}_{ak}$. Si estos planos son paralelos, sus versores son coincidentes en cualquier Triedro; en el Triedro (2), (cuyo plano $Z_2 = 0$ es el Ecuatorial), tienen como ecuación, según (B.4.2). Fig (M-1)

$$(M.1) \quad \vec{k}_{ah} = \vec{k}_{ak} = \vec{i}_{2h}d_h - \vec{j}_{2h}c_h + \vec{k}_{2h}f_h = \vec{i}_{2k}d_k - \vec{j}_{2k}c_k + \vec{k}_{2k}f_k$$

Cambiando de ejes, pasando del Triedro (2_h) al (2_k) según las fórmulas:

$$(M.2) \quad \vec{i}_{2k} = \vec{i}_{2h} \cos \varphi_{hk} - \vec{j}_{2h} \sin \varphi_{hk} \quad \vec{j}_{2k} = \vec{i}_{2h} \sin \varphi_{hk} + \vec{j}_{2h} \cos \varphi_{hk} \quad \text{se llega a:}$$

$$(M.3) \quad \begin{aligned} c_k &= -d_h \sin \varphi_{hk} + c_h \cos \varphi_{hk} \\ d_k &= d_h \cos \varphi_{hk} + c_h \sin \varphi_{hk} \\ f_k &= f_h \end{aligned} \quad \text{de lo que se deduce:}$$

- 1º) Para que los Planos $(A)_H$ y $(A)_K$, sean paralelos, es condición necesaria y suficiente que la relación entre sus "c.t.p" c, d y f y la diferencia de longitudes, φ_{hk} sea la indicada en (M.3)

- 2º) Los "c.t.p" f son iguales en planos paralelos

- 3º) Planos paralelos en un mismo meridiano, tienen los "c.t.p" c, d y f iguales

Cumpléndose las condiciones anteriores, se calculan a continuación, dos de la parejas de parámetros i_k, γ_k ó α_k, λ_k que definen al plano $(A)_K$ en función de una de las citadas y los "c.t.p" del plano $(A)_H$

A) Conociendo α_k y λ_k hallar i_k y γ_k

A₁) Cálculo de i_k

Partiendo de los valores

$$(B.2) \quad \begin{aligned} c &= -\sin \alpha \cos i \cdot \sin \gamma - \cos \alpha \sin i \\ d &= \cos i \cos \gamma \\ f &= -\cos \alpha \cos i \sin \gamma + \sin \alpha \sin i \end{aligned}$$

Multiplicando f_k por $\sin \alpha_k$ y c_k por $\cos \alpha_k$, su diferencia, viene indicada por

$$(M.4) \quad \sin i_k = f_k \sin \alpha_k - c_k \cos \alpha_k$$

A₂) Cálculo de γ_k

Multiplicando c_k por $\sin \alpha_k$ y f_k por $\cos \alpha_k$ y sumándolos, se llega a:

$$(M.5) \quad \tan \gamma_k = (c_k \sin \alpha_k + f_k \cos \alpha_k) / -d_k$$

B) Conociendo i_k y γ_k hallar α_k y λ_k

B₁) Cálculo de α_k

Del cociente f_k / c_k despejando la incógnita α_k , se tiene:

$$(M.6) \quad \tan \alpha_k = (c_k \sin \gamma_k - f_k \tan i) / (c_k \tan i + f_k \sin \gamma_k)$$

Si el plano $(A)_K$ es horizontal,

$$f_k = \sin \alpha_k; c_k = -\cos \alpha_k; d=0 \quad \text{ya que:}$$

$$i_k \text{ y } \gamma_k = 90^\circ \text{ y por tanto}$$

$$\tan \alpha_k = -f_k / c_k = f_h / \cos \alpha_k \quad \text{ó (M.6.1) } \sin \alpha_k = f_h$$

B₂) Cálculo de λ_k

Se desarrolla la fórmula (M.3) $d_k = d_h \cos \varphi_{hk} + c_h \sin \varphi_{hk}$ en función de $\tan \varphi_{hk}$

$$(M.7) \quad \tan \varphi_{hk} = \tan (\lambda_h - \lambda_k) = (-d_h c_h + d_k \sqrt{(c_h^2 + d_h^2 - d_k^2)}) / (c_h^2 - d_k^2)$$

Si el plano (A)_H es horizontal se llega a

$$(M.7.1) \quad \tan \varphi_{hk} = \tan (\lambda_h - \lambda_k) = -d_h / c_h$$

El mismo resultado se consigue con la (M.3) con el valor de $d_k = 0$

C) Cálculo de relojes en planos paralelos

Mediante lo indicado anteriormente y partiendo de la ecuación del "Vector Horario" (P-H)_H, con Estilo Paralel al Eje Terrestre, se estudian dos soluciones para resolver el reloj del plano (A)_K en el plano (A)_H con sus ejes y con el "Ang. Horario." φ_k

-1º) En función de los "c.t.p" del plano (A)_H y el ángulo φ_{hk} (diferencia de sus longitudes)

-2º) En función de los "c.t.p" del plano (A)_K y el ángulo φ_{hk} (diferencia entre los ejes de sus planos)

En ambos casos, si el "c.t.p" f es > 0 el Estilo Paral. al Eje Terr. es el versor k_2 y el $-k_2$ si $f < 0$. Además, si el coeficiente angular de la recta equinoccial $\tan \phi = -h/j < 0$, el plano está orientado al Este ($\gamma > 90^\circ$) y los (c.t.p) h y j tienen el mismo signo; y si $\tan \phi = -h/j > 0$, la orientación es hacia el Oeste ($\gamma < 90^\circ$), y los "c.t.p" h y j tienen distinto signo. Similar el caso de cualquier Estilo.

(La recta Equinoccial es la (E.7.2.3) $hx + jy + 1 = 0$)

-C1) Con los "c.t.p" del plano (A)_H y el ángulo φ_{hk}

Desarrollando el Ang. Horar. $\varphi_h = \varphi_k + \varphi_{hk}$ los "c.t.p" toman el valor:

$$(M.8) \quad \begin{array}{ll} a_1 = a_h \cos \varphi_{hk} - b_h \sin \varphi_{hk} & h_1 = h_h ; ; j_1 = j_h \\ b_1 = b_h \cos \varphi_{hk} + a_h \sin \varphi_{hk} & c_1 = c_h \cos \varphi_{hk} - d_h \sin \varphi_{hk} \\ m_1 = m_h \cos \varphi_{hk} - n_h \sin \varphi_{hk} & d_1 = d_h \cos \varphi_{hk} + c_h \sin \varphi_{hk} \\ n_1 = n_h \cos \varphi_{hk} + m_h \sin \varphi_{hk} & f_1 = f_h \end{array}$$

Estos "c.t.p" corresponden, al mismo "Vector Horario" (P-H)_H en el plano (A)_M situado en el p.g. M del Meridiano del K y paralelo al (A)_H por cumplir sus "c.t.p" c_1 , d_1 y f_1 con la condición de paralelismo. Además, el ángulo φ_{am} entre el eje del plano $Y_a M$ (su máxima pendiente y variable en cada p.g.) y el eje del "V.H" $Y_b M$ (es decir, la subestilar, fija en el espacio), es en este caso constante, según

$$(D.2.1) \quad \tan \varphi_{ah} = -h_1/j_1 = -h_h/j_h;$$

es decir en el p.g. M, los ejes del "V. H" y los de su plano, son paralelos a los del H.

Si el plano (A)_L es el horizontal, su polo, el p.g. A, queda definido por su longitud (M.7.1) $\tan \varphi_{hk} = -d_h / c_h$ y por su latitud, (M.6.1), $\sin \alpha = f_h$ que cumplen con las condiciones de paralelismo

-C₂) Con los "c.t.p" del plano (A)_K y el ángulo $\varphi_{hk} = \varphi_{ah} - \varphi_{ak}$

El "Vector Horario" del plano (A)_K es igual a si mismo en cualquier plano paralelo (A)_H del p.g. H, es decir, (P-K)_K = (P-H)_H pero los ejes de sus respectivos planos, como se indicó anteriormente, variables en cada p.g, no son coincidentes, y sustituyen el ángulo φ_{hk} . Por tanto, el desarrollo del "V.H" del (A)_K en el (A)_H se realiza mediante el correspondiente giro de estos ejes.

$$(M.9) \quad \tan \varphi_{hk} = \tan (\varphi_{ah} - \varphi_{ak}) = -(h_h j_k - h_k j_h) / (h_h h_k + j_h j_k)$$

Al cambiar de ejes el plano (A)_K según (M.2), (permutando en este caso los subíndices "h" y "k"), los nuevos "c.t.p" toman el valor siguiente

$$(M.10) \quad \begin{array}{ll} a_2 = a_k \cos \varphi_{hk} + m_k \sin \varphi_{hk} & j_2 = j_k \cos \varphi_{hk} - h_k \sin \varphi_{hk} \\ b_2 = b_k \cos \varphi_{hk} + n_k \sin \varphi_{hk} & c_2 = c_k \\ m_2 = m_k \cos \varphi_{hk} - a_k \sin \varphi_{hk} & d_2 = d_k \\ n_2 = n_k \cos \varphi_{hk} - b_k \sin \varphi_{hk} & f_2 = f_k \\ h_2 = h_k \cos \varphi_{hk} + j_k \sin \varphi_{hk} & \end{array}$$

Estos "c.t.p" como en el caso anterior, corresponden también al mismo "Vector Horario" en el plano (A)_M situado en el p.g. M del meridiano de K y paralelo al (A)_H por cumplir los "c.t.p" c_2 , d_2 y f_2 con la condición de paralelismo.

Círculos "C"

Proyectando el versor $\vec{i}_{ah}$ sobre el paralelo ecuatorial $(A)_E$ subtiende el ángulo ϕ_h y los planos tangentes a la Esfera Terrestre y paralelos al versor $\vec{i}_{ah}$ del plano $(A)_H$ se encuentran situados sobre el círculo máximo normal a dicho versor, nombrado "C_H" y cortan al ecuatorial según el ángulo ϕ_h siendo por consiguiente, el l.g. de los puntos geográficos L tales, entre ellos los M y A, que su reloj se mantiene igual a si mismo y sus ejes X_L Y_L K son paralelos a los correspondientes del H, es decir el ángulo entre la línea de máxima pendiente y la subestilar es C^{te}. Fig (M-3) y Fig.(M-4) De modo similar, se calcula el "C_K" pasando por los p.g. K, M_K. Se deduce de lo anterior

-1.1) Un reloj situado en un plano $(A)_K$ se mantiene igual a si mismo y sus ejes giran el ángulo $\phi_{ah} = C^{te}$ en cualquier punto L del círculo "C_H"

-1.2) Las coordenadas del "C_H" está dada por:

Longitud $\lambda = \phi_{hL}$

Latitud queda expresada por:

$$(M.8.1) \quad \operatorname{tg} \alpha_L = n_L / h_L = (n_h \cos \phi_{hk} + m_h \sin \phi_{hk}) / h_h$$

-1.3) Los "c.t.p" calculados en los apartados anteriores cumplen con las condiciones $a_1 = a_2$; $b_1 = b_2$; $m_1 = m_2$ etc; y relacionan entre si, los "c.t.p" de los planos $(A)_H$ y $(A)_K$ y los ángulos ϕ_{hk} y ϕ_{hk}

-1.4.) En caso de Estilo Normal al Plano Base, se seguiría el mismo procedimiento, teniendo en cuenta los nuevos "c.t.p" (Capítulo IV). Por ejemplo

$$a_1 = n_h \cos \phi_{hk} + m_h \sin \phi_{hk}; \quad a_2 = n_k \cos \phi_{hk} - b_k \sin \phi_{hk} \text{ etc.}$$

En resumen, el "Vector Horario" (llamémosle la "Aguja del reloj"), situado en un plano $(A)_H$ se mantiene siempre igual a si mismo; en cualquier plano paralelo, y al desplazarse a través de su meridiano al p.g. K, los elementos gnomónicos subestilar, Estilo, líneas de insolación y "Haz Horario" (o sea la "Esfera del reloj") se encuentran girados el ángulo ϕ_{hk} con relación a los ejes principales del plano $(A)_H$. La realidad es que quienes giran son los ejes del p.g. K y no el "Vector Horario".

Si el K se desplaza a otro meridiano, todos los dichos elementos giran el nuevo ϕ_{hk} y la "Esfera" sigue indicando la hora de K, (ó cambiándola, si es la del nuevo meridiano, u otra cualquiera); pero esta "Esfera," si la variación de la longitud del p.g. K es múltiplo de 15°, se mantiene igual a la anterior (ó posterior), pero cambiando la hora en una ó mas unidades. Si los ejes del "Vector Horario" de los L_H son paralelos a los del H, su lugar geométrico es el círculo "C_H" que pasa, además del p.g. H por los M_K y A Fig. (M-4)

Consecuencia de todo lo indicado, la insolación del $(A)_K$ es función de sus coordenadas geográficas, tal como se estudió en el Capítulo VIII. (Iluminación en dicho plano y en el el horizontal de K)

Discusión

- 1º) Si $\phi_{hk} = 0$ Los p.g. H y M_H coinciden y el K está en el meridiano de H Fig (M-5)
- 2º) Si $\phi_{hk} = 0$ Los p.g. K y M_H y los círculos "C" coinciden Fig (M-6)
- 3º) Si $\phi_{hk} = \phi_{hk} = 0$ Los p.g. H, K y M_H son coincidentes así como los círculo "C" Fig. (M-7). Y si A se encuentra en el mismo meridiano, su plano es horizontal y ambos círculos coinciden con dicho meridiano.
- 4º) Si el p.g. A se encuentra en el meridiano de K, coincide con M_H y su plano es horizontal. Fig. (M-8)
- 5º) Si el p.g. A está situado en el meridiano de H, M_H se sitúa en el Polo Geográfico y el círculo "C_H" es el citado meridiano. Fig (M-9)
- 7º) En planos paralelos, un plano situado en un p.g. K, (del círculo "C_K") al pasarlo a un p.g. H, (del círculo "C_H") giran sus ejes el ángulo ϕ_{hk} Fig (M-4)

Ejemplo

Ángulo ϕ_{hk} que debe girar el plano vertical no declinante (Inclinación $i = 0^\circ$ y codeclinación $\gamma = 90^\circ$) en Stokholm (59,26°; 18,30°) para situarlo en Madrid (40,43°; -3,7°)

Los "c.t.p" de Stokholm

$$c_h = c_s = -0,8593$$

$$d_h = d_s = 0$$

$$f_h = f_s = -0,5113$$

Los "c.t.p" de Madrid

$$c_k = c_m = -0,7968$$

$$h_k = h_m = -0,2549$$

$$d_k = d_m = 0,3219$$

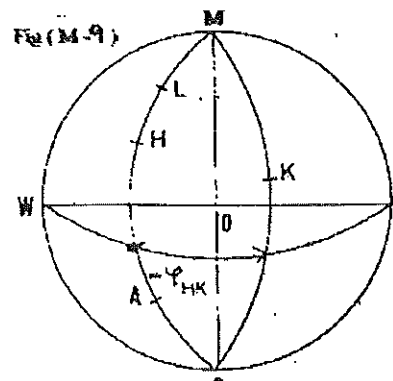
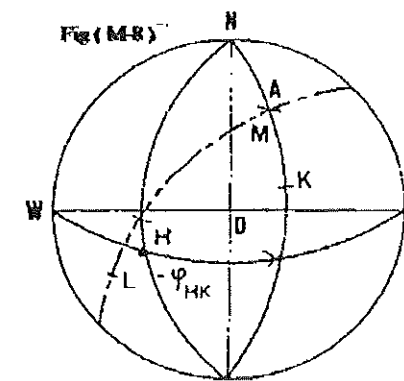
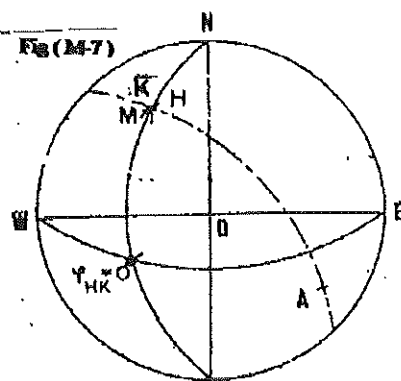
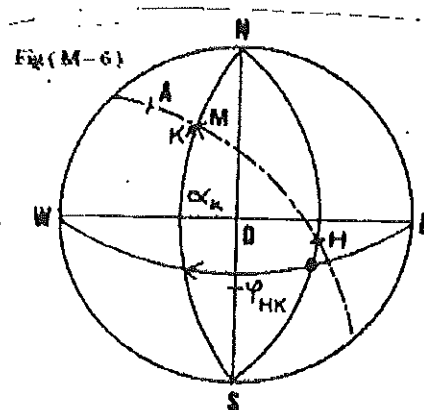
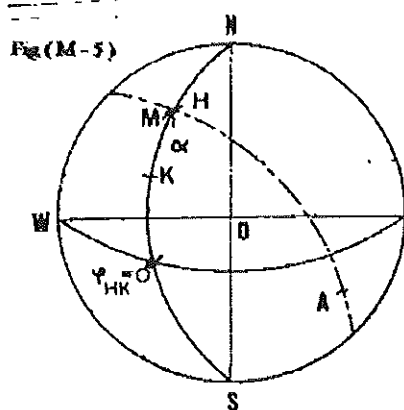
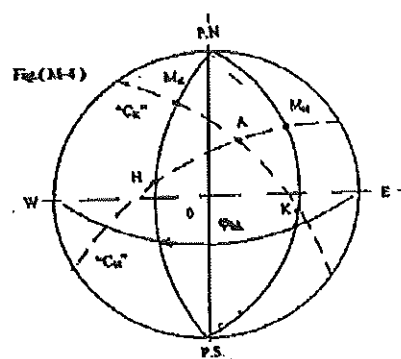
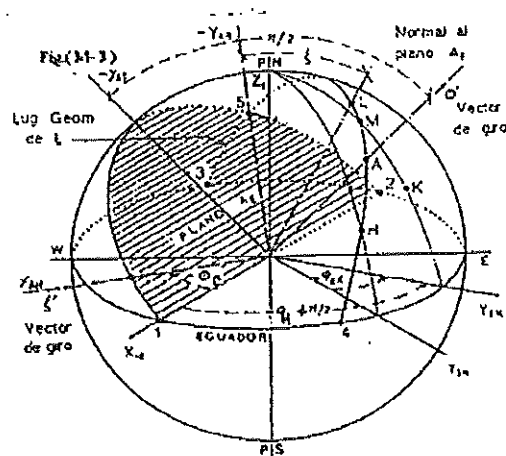
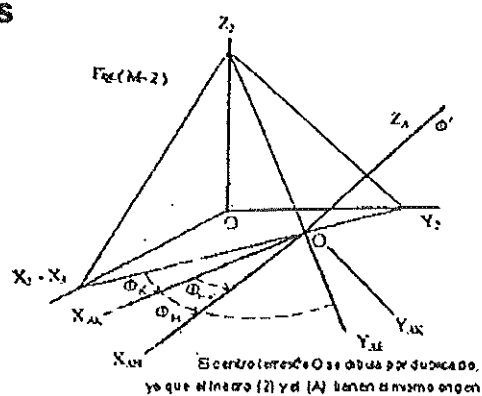
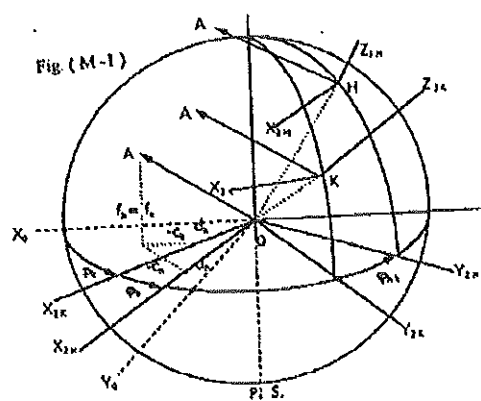
$$j_k = j_m = 0,8207$$

$$f_k = f_m = -0,5113$$

La diferencia de longitudes viene dada por $\phi_{hk} = \phi_{sm} = 18,3^\circ + 3,7^\circ = 22^\circ$

El plano en Madrid, según (M.4) y (M.5) tiene la inclinación $i_m = 15,96^\circ$ y codeclinación $\gamma_m = 70,44^\circ$, Orientación W. Definido este plano, los ejes del de Stokholm, giran el ángulo $\phi_{hk} = 17,25^\circ$ siendo el Círculo "C_S" el meridiano de Stokholm y el "C_M" el que pasa por Madrid y el polo A. (de latitud $\alpha_A = -30,74^\circ$ y longitud $\lambda_A = 18,30^\circ$)

FIGURAS



HORAS DE PASO DEL SOL POR EL MERIDIANO LOCAL Y FASES DE LA LUNA PARA EL AÑO 2004

DECLINACION a las (12 T.M.Ü.) LONGITUD 0.000 (+ Oeste)

	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio	
m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	
1	3 19 -23.030	13 31 -17.203	12 16 -7.346	3 46 4.783	-2 37 15.266	-2 8 22.137	1
2	3 47 -22.947	13 39 -16.917	12 14 -6.984	3 28 5.167	-3 4 15.554	-1 58 22.266	2
3	4 15 -22.856	13 46 -16.627	11 52 -6.560	3 11 5.550	-3 4 15.857	-1 48 22.388	3
4	4 42 -22.777	13 52 -16.332	11 38 -6.135	2 53 5.931	-3 16 16.156	-1 38 22.503	4
5	5 10 -22.691	13 58 -16.033	11 25 -5.809	2 36 6.311	-3 21 16.411	-1 27 22.612	5
6	5 36 -22.618	14 3 -15.729	11 11 -5.421	2 19 6.688	-3 25 16.711	-1 16 22.715	6
7	6 3 -22.456	14 7 -15.420	10 57 -5.032	2 2 7.064	-3 29 16.966	-1 5 22.810	7
8	6 28 -22.288	14 10 -15.107	10 42 -4.642	1 45 7.438	-3 32 17.237	-0 54 22.899	8
9	6 54 -22.112	14 12 -14.789	10 27 -4.230	1 29 7.809	-3 35 17.523	-0 42 22.982	9
10	7 19 -22.009	14 14 -14.468	10 11 -3.888	1 13 8.179	-3 37 17.734	-0 30 23.057	10
11	7 43 -21.889	14 14 -14.142	9 56 -3.466	0 57 8.546	-3 39 18.001	-0 18 23.126	11
12	8 6 -21.792	14 14 -13.813	9 39 -3.022	0 42 8.911	-3 40 18.261	-0 5 23.188	12
13	8 29 -21.518	14 14 -13.480	9 23 -2.678	0 26 9.273	-3 40 18.517	0 7 23.243	13
14	8 52 -21.367	14 12 -13.143	9 6 -2.233	0 11 9.633	-3 40 18.778	0 20 23.292	14
15	9 14 -21.189	14 10 -12.802	8 50 -1.889	-0 3 9.990	-3 40 19.033	0 33 23.333	15
16	9 35 -21.004	14 7 -12.458	8 33 -1.493	-0 17 10.344	-3 38 19.283	0 46 23.368	16
17	9 55 -20.812	14 3 -12.111	8 15 -1.088	-0 34 10.696	-3 37 19.468	0 59 23.396	17
18	10 15 -20.614	13 59 -11.761	7 58 -0.703	-0 44 11.044	-3 34 19.657	1 12 23.417	18
19	10 34 -20.410	13 54 -11.407	7 40 -0.307	-0 57 11.390	-3 31 19.848	1 25 23.431	19
20	10 52 -20.199	13 48 -11.051	7 23 0.088	-1 10 11.732	-3 28 20.038	1 38 23.438	20
21	11 10 -19.981	13 41 -10.691	7 7 0.483	-1 22 12.071	-3 24 20.319	1 51 23.438	21
22	11 26 -19.758	13 34 -10.329	6 47 0.868	-1 34 12.407	-3 19 20.597	2 4 23.431	22
23	11 42 -19.528	13 27 -9.964	6 29 1.222	-1 45 12.740	-3 14 20.872	2 17 23.418	23
24	11 58 -19.292	13 18 -9.597	6 10 1.565	-1 56 13.069	-3 9 21.150	2 30 23.397	24
25	12 12 -19.051	13 9 -9.227	5 52 1.898	-2 6 13.394	-3 3 21.430	2 42 23.366	25
26	12 26 -18.803	12 50 -8.855	5 34 2.241	-2 16 13.716	-2 56 21.709	2 55 23.325	26
27	12 39 -18.550	12 40 -8.481	5 16 2.582	-2 35 14.034	-2 49 21.959	3 7 23.295	27
28	12 51 -18.291	12 30 -8.104	4 58 2.922	-2 34 14.348	-2 42 22.209	3 20 23.247	28
29	13 2 -18.027	12 28 -7.726	4 40 3.262	-2 42 14.658	-2 34 21.473	3 32 23.193	29
30	13 12 -17.758	4 22 4.010	4 22 4.010	-2 50 14.964	-2 26 21.861	3 43 23.132	30
31	13 22 -17.483	4 4 4.397	4 4 4.397	-2 50 14.964	-2 17 22.082	3 43 23.132	31
julio	agosto	septiembre	octubre	noviembre	diciembre		
m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.	m. s. decl.		
1	3 55 23.064	6 18 17.857	-0 7 8.053	-10 27 -3.426	-16 25 -14.624	-10 49 -21.894	1
2	4 6 22.989	6 13 17.600	-0 27 7.668	-10 46 -3.813	-16 25 -14.940	-10 26 -22.042	2
3	4 17 22.919	6 6 17.338	-0 46 7.332	-11 5 4.200	-16 25 -15.222	-10 38 -22.183	3
4	4 28 22.844	6 3 17.072	-1 6 6.952	-11 24 -4.585	-16 25 -15.509	-9 38 -22.316	4
5	4 38 22.724	5 57 16.801	-1 26 6.581	-11 42 -4.970	-16 23 -15.863	-9 14 -22.443	5
6	4 48 22.623	5 43 16.525	-1 46 6.209	-11 59 -5.353	-16 20 -16.152	-8 48 -22.562	6
7	4 58 22.515	5 35 16.245	-2 7 5.834	-12 16 -5.736	-16 17 -16.456	-8 22 -22.673	7
8	5 7 22.401	5 27 15.960	-2 28 5.458	-12 33 -6.117	-16 13 -16.766	-7 56 -22.778	8
9	5 16 22.280	5 27 15.672	-2 48 5.081	-12 50 -6.497	-16 8 -17.032	-7 29 -22.874	9
10	5 25 22.153	5 17 15.379	-3 9 4.702	-13 6 -6.875	-16 2 -17.312	-7 2 -22.964	10
11	5 33 22.020	5 8 15.082	-3 30 4.321	-13 21 -7.252	-15 55 -17.587	-6 34 -23.045	11
12	5 40 21.880	4 58 14.781	-3 52 3.940	-13 36 -7.628	-15 48 -17.858	-6 6 -23.120	12
13	5 47 21.734	4 47 14.476	-4 13 3.557	-13 50 -8.001	-15 39 -18.133	-5 38 -23.186	13
14	5 54 21.582	4 36 14.167	-4 34 3.173	-14 4 -8.373	-15 30 -18.406	-5 9 -23.245	14
15	6 0 21.423	4 24 13.855	-4 56 2.788	-14 18 -8.743	-15 20 -18.677	-4 41 -23.296	15
16	6 6 21.259	4 12 13.538	-5 17 2.403	-14 31 -9.110	-15 9 -18.886	-4 11 -23.339	16
17	6 11 21.088	3 59 13.219	-5 38 2.016	-14 43 -9.476	-14 57 -19.106	-3 42 -23.375	17
18	6 15 20.912	3 45 12.895	-5 60 1.629	-14 54 -9.839	-14 44 -19.388	-3 13 -23.402	18
19	6 19 20.730	3 31 12.569	-6 21 1.241	-15 5 -10.200	-14 31 -19.680	-2 43 -23.422	19
20	6 22 20.542	3 17 12.239	-6 42 0.853	-15 16 -10.550	-14 17 -19.886	-2 13 -23.434	20
21	6 25 20.448	3 2 11.906	-7 4 0.464	-15 25 -10.914	-14 2 -20.086	-1 43 -23.439	21
22	6 28 20.348	2 47 11.569	-7 24 0.075	-15 34 -11.267	-13 46 -20.280	-1 14 -23.435	22
23	6 30 19.943	2 15 11.230	-7 46 -0.314	-15 43 -11.617	-13 29 -20.467	-0 44 -23.424	23
24	6 30 19.733	2 15 10.888	-8 7 -0.704	-15 50 -11.964	-13 12 -20.659	-0 14 -23.404	24
25	6 30 19.517	1 59 10.543	-8 27 -1.093	-15 57 -12.309	-12 53 -20.844	0 16 -23.377	25
26	6 31 19.295	1 42 10.195	-8 48 -1.483	-16 3 -12.650	-12 35 -21.022	0 46 -23.342	26
27	6 30 19.068	1 24 9.844	-9 8 -1.872	-16 9 -12.988	-11 15 -21.234	0 15 -23.300	27
28	6 29 18.836	1 7 9.491	-9 29 -2.261	-16 14 -13.322	-11 54 -21.419	-1 44 -23.249	28
29	6 27 18.599	0 49 9.135	-9 48 -2.650	-16 17 -13.653	-11 33 -21.578	-2 14 -23.191	29
30	6 25 18.357	0 30 8.777	-10 8 -3.038	-16 21 -13.980	-11 12 -21.740	2 43 -23.125	30
31	6 21 18.109	0 12 8.416	-10 23 -3.416	-16 23 -14.304		3 11 -23.051	31

hora de paso = 12 mas m.s. (min. y seg.) declinación en (°)

